CEARÁ
GOVERNO DO ESTADO
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO

CADERNO DE ATIVIDADES

FORTALECENDO APRENDIZAGENS

MATEMÁTICA

6° E 7° ANOS

ALUNO

CIENTISTA CHEFE
EDUCAÇÃO

PACTO PELA APRENDIZAGEM

MAISPAIC

GOVERNADOR
Camilo Sobreira de Santana

VICE-GOVERNADORA
Maria Izolda Cela de Arruda Coelho

Secretária da Educação	Eliana Nunes Estrela
Secretário Executivo de Cooperação com os Municípios	Márcio Pereira de Brito
Assessora Especial de Gabinete	Ana Gardennya Linard
Coordenadora de Cooperação com os Municípios para Desenvolvimento da Aprendizagem na Idade Certa	Bruna Alves Leão
Articuladora da Coordenadoria de Cooperação com os Municípios para Desenvolvimento da Aprendizagem na Idade Certa	Marília Gaspar Alan e Silva
Equipe da Célula de Fortalecimento da Alfabetização e Ensino Fundamental - Anos Iniciais	Karine Figueredo Gomes (Orientadora) Caniggia Carneiro Pereira (Gerente - 4º e 5º) Rakell Leiry Cunha Brito (Gerente - 1º ao 3º)
Leitura Crítica	Tábita Viana Cavalcante Miranda
Revisão Gramatical	Cíntia Rodrigues Araújo Coelho
Equipe Programa Cientista Chefe em Educação Básica	Jorge Herbert Soares de Lira (Coordenador)
Elaboração e revisão de texto	Antonio Caminha M. Neto Bruno Holanda Emiliano Augusto Chagas Fabrício Siqueira Benevides Fernando Pimentel Jorge Herbert Soares de Lira Samuel Barbosa Feitosa Ulisses Parente

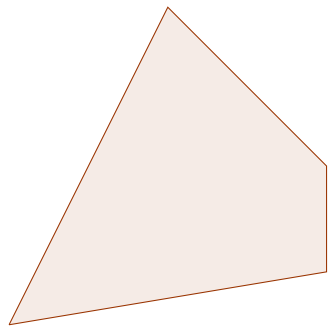
Sumário

1 Perímetros e Áreas

Uma das principais utilidades da Geometria Plana é sua capacidade de modelar situações reais e resolver problemas que envolvem conhecimentos sobre cálculos de medidas de comprimento, área e ângulo. Ao longo desse material, apresentaremos alguns conceitos geométricos e suas propriedaes, os quais serão utilizados para a resolução de diversos problemas ao longo do texto.

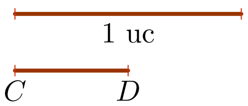
1.1 – Perímetros

O **perímetro** de uma determinada região do plano é o comprimento da curva que delimita essa região. Na figura abaixo, podemos ver uma região delimitada por um quadrilátero. O perímetro dessa região é a soma das medidas dos lados desse quadrilátero.



Para medir os comprimentos dos lados do quadrilátero acima, que são segmentos de reta, necessitamos definir uma unidade de comprimento. Depois disso, encontramos a medida de cada segmento calculando quantas vezes essa unidade de comprimento cabe no segmento que queremos medir. Por exemplo, com a unidade de comprimento definida na figura abaixo, o comprimento do segmento AB é 3 unidades, pois nele cabem 3 segmentos de 1 unidade de comprimento cada.

Já com a unidade de comprimento definida na próxima figura, o comprimento do segmento CD é $\frac{1}{2} = 0{,}5$ unidade, pois o dobro do comprimento do segmento AB correspode a 1 unidade de comprimento.



Unidades de Medida de Comprimento

Em tempos muito remotos, cada povo possuía a sua própria unidade-padrão para medir comprimentos. Com o desenvolvimento do comércio, a existência de unidades de medida diferentes dificultava as negociações. Com o objetivo de sanar essa dificuldade, em 1789, a Academia de Ciências da França criou o Sistema Métrico Decimal, que, como o nome sugere, utiliza o metro como unidade-padrão para medir comprimentos. Em 1960, foi aprovado o Sistema Internacional de Unidades (SI), versão atualizada do Sistema Métrico Decimal. O Sistema Métrico Decimal foi assim chamado porque as unidades de comprimento desse sistema são dadas a partir de dois conceitos básicos: uma unidade básica, que é o **metro**, e unidades múltiplas e submúltiplas do metro, as quais são obtidas multiplicando-se o metro por potências de dez.

Há situações nas quais o uso exclusivo do metro como unidade de comprimento deixa de ser prático. Isso ocorre quando queremos medir grandes extensões ou objetos muito pequenos. Nessas situações emprega-se os múltiplos e submúltiplos do metro, os quais também são chamados de *unidades secundárias* de comprimento. Os principais múltiplos e submúltiplos do metro são dados nas tabelas a seguir:

Correspondente em metros	**Múltiplo**	**Símbolo**
10 m	decâmetro	dam
100 m	hectômetro	hm
1000 m	quilômetro	km

Correspondente em metros	**Submúltiplo**	**Símbolo**
0,1 m	decímetro	dm
0,01 m	centímetro	cm
0,001 m	milímetro	mm

Para medidas extremamente pequenas, como seres microscópicos, em que se exige grande precisão, utiliza-se o submúltiplo do metro chamado **micrômetro**.

$$1 \text{ micrômetro } = 1\mu\text{m} = 0{,}000001\,\text{m}.$$

Para distâncias extremamente grandes, como a distância entre estrelas e planetas, utiliza-se a unidade astronômica, que corresponde a um valor aproximado da distância entre a terra e o sol. Assim, uma unidade astronômica equivale a aproximadamente 150 bilhões de metros ou, o que é o mesmo, 150 milhões de quilômetros.

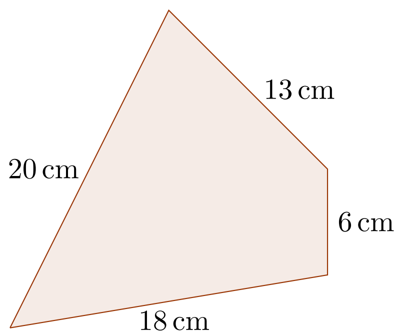
A figura abaixo é um dispositivo prático para fazer transformações entre unidades de comprimento. De fato, para transformar de uma unidade para outra, basta deslocar a vírgula, para a direita ou para a esquerda, tantas casas quantos sejam os saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. A regra de funcionamento desse dispositivo está associada à regra que utilizamos para multiplicar ou dividir por 10, 100, 1000, etc.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Por exemplo, para transformar 4,351 dam em dm basta deslocar a vírgula duas casas para a direita, pois, para ir da posição do dam até a posição do dm, são necessários dois saltos para a direita. Logo, 4,351 dam = 435,1 dm.

$$\text{km} \quad \text{hm} \quad \text{dam} \curvearrowright \text{m} \curvearrowright \text{dm} \quad \text{cm} \quad \text{mm}$$

Agora, voltando à figura apresentada no início dessa seção, e supondo que os comprimentos dos lados do polígono são os dados na próxima figura, podemos calcular o seu perímetro.



De fato, somando os comprimentos dos lados do quadrilátero, encontramos

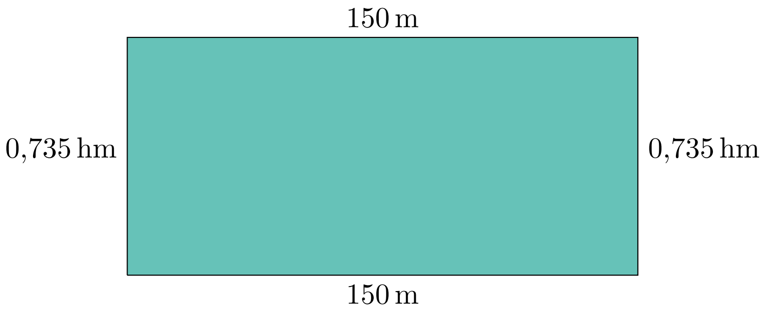
$$18\,\text{cm} + 6\,\text{cm} + 13\,\text{cm} + 20\,\text{cm} = 57\,\text{cm},$$

que é o perímetro da figura.

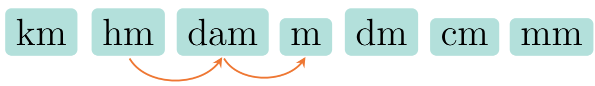
Já sabemos que o perímetro de uma figura plana é o comprimento da curva que delimita essa figura. Quando a figura é um polígono, que é o caso da figura acima, o perímetro é igual à soma das medidas de seus lados. A seguir, apresentamos outros exemplos que tratam sobre esse assunto.

■ **Exemplo 1.1** Joaquim tem o costume de correr em torno de um parque que tem a forma de um retângulo. As dimensões do parque são 150 metros de largura e 0,735 hectômetros de comprimento. Sabendo que todos os dias Joaquim dá cinco voltas em torno do parque, que distância ele percorre diariamente?

Podemos ver um desenho do parque na figura abaixo.



O perímetro do parque é igual à soma dos comprimentos dos lados do retângulo acima. Entretanto, antes de somar esses comprimentos, devemos representar todos eles em uma mesma unidade. Neste caso, encontraremos o correspondente em metros para a largura do parque, que é dada inicialmente em hctômetros. Para transformar 0,735 hm em metros, basta deslocar a vírgula duas casas para a direita. Veja a figura abaixo.



Desse modo, temos que 0,735 hm = 73,5 m. Uma vez que o comprimento e a largura do parque, que tem forma retangular, são respectivamente iguais a 150 m e 73,5 m, o seu perímetro é igual a

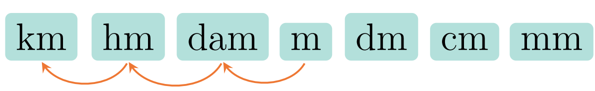
$$150\,\text{m} + 150\,\text{m} + 73{,}5\,\text{m} + 73{,}5\,\text{m} = 447\,\text{m}.$$

Contudo, 440 m é a distância que Joaquim percorre ao dar uma única volta ao redor do parque. Como ele dá cinco voltas, a distância que ele percorre diariamente é igual a

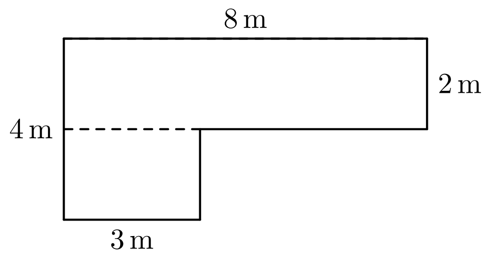
$$5\times 447\,\text{m} = 2235\,\text{m}.$$

Essa distância percorrida diariamente por Joaquim ainda pode ser escrita em quilômetros em vez de metros. Para fazer essa transformação, devemos deslocar a vírgula três casas para a esquerda, obtendo assim

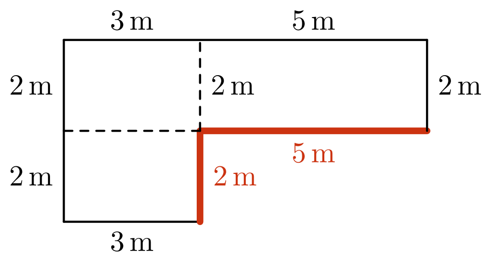
$$2235\,\text{m} = 2{,}235\,\text{km}.$$



■ **Exemplo 1.2** Joaquim comprou dois terrenos retangulares contíguos. Na figura a seguir, os terrenos são representados pelo polígono em forma de “L”. Joaquim deseja fazer uma cerca contornando todo o perímetro desse terreno. Qual será o comprimento dessa cerca?



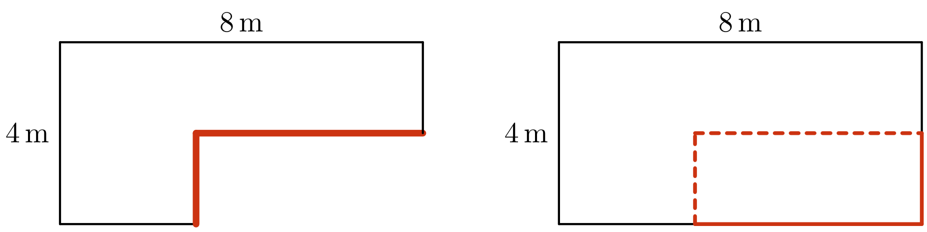
O comprimento da cerca que Joaquim vai construir é igual ao perímetro da figura em forma de "L". Note que, a princípio, não conhecemos as medidas de alguns trechos da cerca, que estão destacados na figura com segmentos "mais grossos", destacados em vermelho. Para encontrar o perímetro dessa figura, vamos primeiro descobrir essas medidas. Observe a figura abaixo.



Como os lados opostos de um retângulo têm medidas iguais, o menor dos segmentos desconhecidos tem comprimento igual a $4\,\text{m} - 2\,\text{m} = 2\,\text{m}$ e o maior tem comprimento igual a $8\,\text{m} - 3\,\text{m} = 5\,\text{m}$. Portanto, o perímetro do terreno em forma de "L" é

$$4 + 8 + 2 + 5 + 2 + 3 = 24 \text{ metros.}$$

Outro modo de calcular o perímetro do terreno em forma de "L", consiste em perceber que esse perímetro é igual àquele do retângulo esboçado na figura abaixo, à direita.

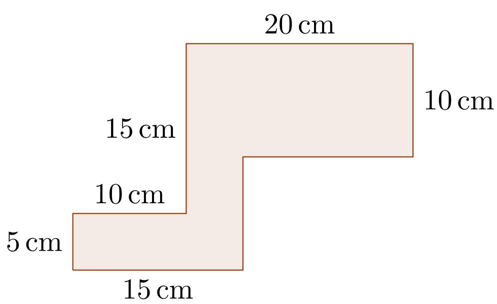


Isto porque, nela, o quadrilátero de bordas destacadas é um retângulo. Logo, os lados opostos têm a a mesma medida e, desse modo, a soma das medidas de dois lados consecutivos é igual à soma das medidas dos outros dois. Desse modo, o perímetro pedido é igual a

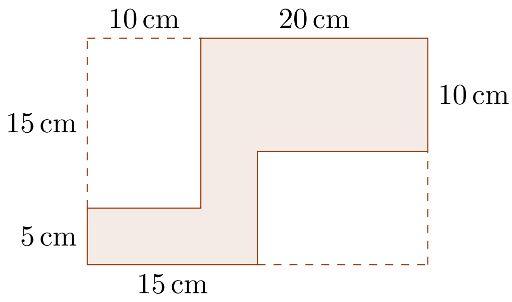
$$2\times(4 + 8) = 2\times12 = 24\,\text{m},$$

que deve ser o comprimento da cerca.

■ **Exemplo 1.3** Calcule o perímetro do polígono abaixo, que foi formado juntando-se três retângulos.



Em primeiro lugar, vamos completar a figura do enunciado para formar um retângulo, utilizando segmentos tracejados paralelos aos lados do polígono original.



Utilizando o fato de que em um retângulo os pares de lados opostos têm a mesma medida, obtemos as medidas dos lados desse retângulo. De fato, essas medidas são iguais a

$$10 + 20 = 30\,\text{cm}$$

e

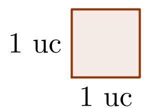
$$5 + 15 = 20\,\text{cm}.$$

Veja que os perímetros da figura original e do retângulo são os mesmos. Logo, o perímetro procurado é

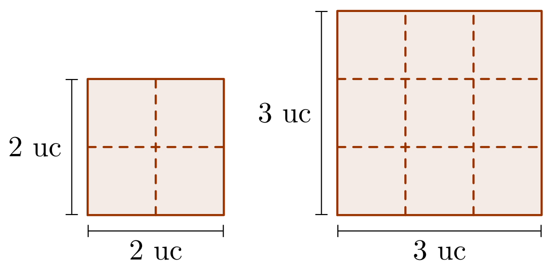
$$2\times(30 + 20) = 2\times 50 = 100\,\text{cm}.$$

1.2 – Áreas

A área do quadrado de lado 1 unidade de comprimento é a unidade básica utilizada para medir a área de figuras planas cujas dimensões são dadas naquela unidade de comprimento. A partir daí, para saber a área de uma figura qualquer, basta saber quantos quadrados de lado 1 cabem nessa figura.



É fácil usar o quadrado cujo lado mede 1 para medir a área de quadrados com lados de comprimentos inteiros, como vemos na figura abaixo. Contando a quantidade de quadrados de lado 1 contidos nos quadrados de lados 2 e 3, concluímos que a área desses quadrados é, respectivamente, igual a 4 e 9. Procedendo dessa maneira, com quadrados de lados 4, 5, 6, etc., obtemos que esses quadrados têm área igual a $4^2 = 16$, $5^2 = 25$, $6^2 = 36$, respectivamente, e assim por diante.



É desejável representar por um símbolo a expressão "área do quadrado de lado 1" para não ter de ficar escrevendo isso o tempo todo. Como o metro é a unidade de comprimento básica no Sistema Internacional de Medidas, parece ser uma boa ideia chamar de **metro quadrado** a área do quadrado de lado 1 m. Poderíamos, então, usar um símbolo do tipo m□ para representar essa unidade de medida de área. Assim, um quadrado de lado 2 m teria a área de "4 metros quadrados", o que seria representado em símbolos como 4 m□.

De fato, a unidade de medida de área que usamos é mesmo chamada metro quadrado. Porém, no Sistema Internacional de Medidas, o símbolo usado para ela é m^2. Por mais sugestivo que seja um símbolo como $\square$, seguiremos o SI, porque essa terminologia já está consolidada. Para justificar o símbolo, observamos a propriedade das áreas das figuras planas que aparece no exemplo acima, quando verificamos que a área do quadrado de lado de comprimento inteiro é igual ao quadrado da medida desse lado. Como veremos adiente, essa relação entre a medida do lado do quadrado e sua área vale para qualquer quadrado. Assim, a área do quadrado cujo lado mede l metros, qualquer que seja o número real positivo l, é lm multiplicado por lm, ou seja, $l^2\mathrm{m}^2$.

Unidades de Medida de Área

O metro quadrado também tem seus múltiplos e submúltiplos, que são utilizados quando o uso metro quadrado como unidade de medida de área deixa de ser prático. Isso ocorre, por exemplo, quando queremos medir áreas de terrenos muito grandes ou de objetos pequenos. As relações do metro quadrado com os seus múltiplos e submúltiplos podem ser obtidas a partir das relações do metro com seus múltiplos e submúltiplos. Por exemplo, uma vez que $1\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{dm}$, temos que

$$1\,\mathrm{m}^2 = 1\,\mathrm{m}\times 1\,\mathrm{m} = 10\,\mathrm{dm}\times 10\,\mathrm{dm} = 100\,\mathrm{dm}^2.$$

Os principais múltiplos e submúltiplos do metro quadrado são dados nas tabelas seguintes.

Correspondente em m^2	**Múltiplo**	**Símbolo**
$100\,\mathrm{m}^2$	decâmetro quadrado	dam^2
$10.000\,\mathrm{m}^2$	hectômetro quadrado	hm^2
$1.000.000\,\mathrm{m}^2$	quilômetro quadrado	km^2

Correspondente em m^2	**Submúltiplo**	**Símbolo**
$0{,}1\,\mathrm{m}^2$	decímetro quadrado	dm^2
$0{,}0001\,\mathrm{m}^2$	centímetro quadrado	cm^2
$0{,}000001\,\mathrm{m}^2$	milímetro quadrado	mm^2

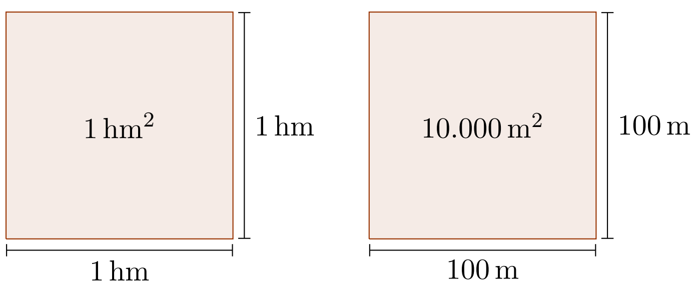
Além das unidades apresentadas acima, existem unidades utilizadas exclusivamente para medidas agrárias. São elas o **are** (a) e o **hectare** (ha). 1 ha corresponde à área de um quadrado cujo lado mede 1 hm enquanto 1 a é a área de um quadrado cujo lado mede 1 dam. Desse modo, temos

$$1\ \mathrm{ha} = 1\,\mathrm{hm}^2 = 10.000\,\mathrm{m}^2$$

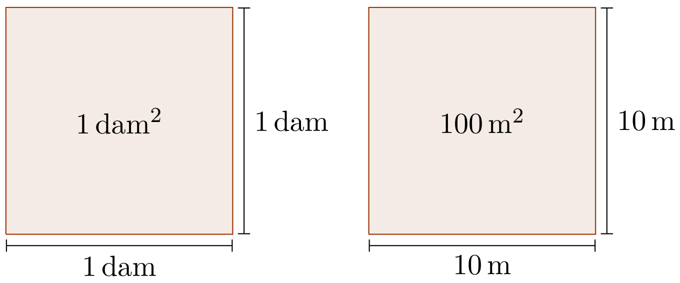
e

$$1\ \mathrm{a} = 1\,\mathrm{dam}^2 = 100\,\mathrm{m}^2.$$

Os dois retângulos da figura abaixo têm área igual a 1 hectare.



Já os dois retângulos da próxima figura têm área igual a 1 are.



Em algumas regiões do Brasil ainda há uma unidade de medida agrária conhecida como alqueire. Esse unidade varia de uma região para outra. Abaixo, apresentamos alguns exemplos:

alqueire baiano:	$96.800\,\mathrm{m}^2$=9,68 ha
alqueire do norte:	$27.225\,\mathrm{m}^2$=2,7225 ha
alqueire mineiro:	$48.400\,\mathrm{m}^2$=4,84 ha
alqueire paulista:	$24.200\,\mathrm{m}^2$=2,42 ha

De modo similar ao que foi feito para os múltiplos e submúltiplos do metro, também há um dispositivo prático para fazer transformações entre os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado. De fato, para transformar de uma unidade para outra, basta deslocar a vírgula, para a direita ou para a esquerda, um número de casas que é igual ao dobro do número de saltos, para a direita ou para a esquerda, necessários para ir de uma unidade para a outra. Neste caso, a mudança de uma unidade para a unidade vizinha corresponde a uma multiplicação ou divisão por 10^2. Por isso, o número de deslocamentos da vírgula é igual ao dobro do número de saltos.

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

Por exemplo, para transformar $0{,}45333\,\mathrm{km}^2$ em dam^2, deslocamos a vírgula quatro casas para a direita, uma vez que, para ir de km^2 para dam^2, são necessários dois saltos para a direita. Assim,

$$0{,}45333\,\mathrm{km}^2 = 4533{,}3\,\mathrm{dam}^2.$$

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

Vejamos um exemplo.

■ **Exemplo 1.4 — CMF.** Segundo o jornal O Globo, do dia 3 de setembro de 2013, um incêndio florestal destruiu 18 hectares de mata fechada no distrito de Araras, em Petrópolis, região serrana do Rio de Janeiro. Esta quantidade de mata fechada destruída equivale a

(a) $0{,}18\,\mathrm{km}^2$.
(b) $18\,\mathrm{dam}^2$.
(c) $180\,\mathrm{dam}^2$.
(d) $1800\,\mathrm{m}^2$.
(e) $18.000\,\mathrm{m}^2$.

Uma vez que 1 ha $= 1\,\mathrm{hm}^2$, temos que 18 ha $= 18\,\mathrm{hm}^2$. Por outro lado, para transformar uma área dada em hm^2 para km^2, basta deslocar a vírgula duas unidades para a esquerda, pois no dispositivo abaixo, basta um salto para a esquerda para ir de hm^2 para km^2. Assim,

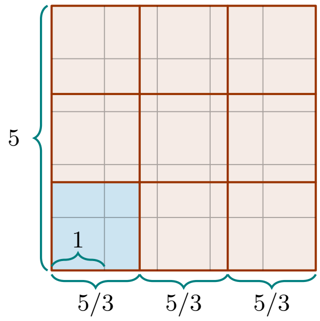
$$18 \text{ ha} = 18\,\mathrm{hm}^2 = 18\times 100 = 1800\,\mathrm{dam}^2.$$

Logo, a alternativa correta é a da letra **(a)**.

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

Áreas de Quadrados

Já sabemos que quando o comprimento do quadrado é uma medida inteira n, então a sua área é n^2. Agora vamos mostrar que a área do quadrado cujo lado tem comprimento racional, ou seja, mede $\frac{p}{q}$ unidades de comprimento, em que p e q são inteiros positivos, é igual a $\frac{p^2}{q^2}$. Para deixar a ideia mais clara, vamos calcular a área de um quadrado cujo lado mede $\frac{5}{3}$. Se formamos 3 fileiras, cada uma com 3 quadrados de lado $\frac{5}{3}$, o resultado será um quadrado de lado 5, já que $3 \times \frac{5}{3} = 5$. Acompanhe na figura abaixo.



Desse modo, obtemos

$$3^2 \times (\text{área do quadrado de lado } \frac{5}{3}) = \text{área do quadrado de lado } 5,$$

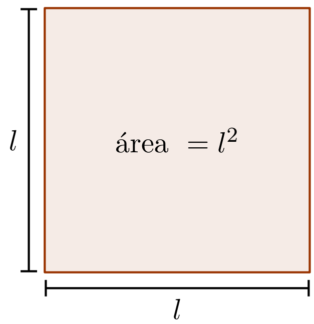
ou seja,

$$3^2 \times (\text{área do quadrado de lado } \frac{5}{3}) = 5^2,$$

o que implica

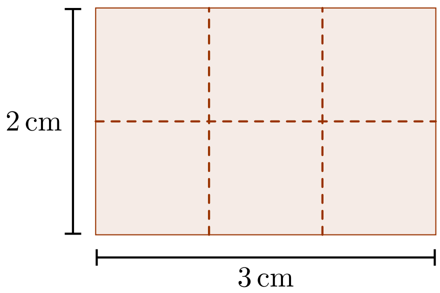
$$\text{área do quadrado de lado } \frac{5}{3} = \frac{5^2}{3^2}.$$

A ideia exposta acima é facilmente estendida para um número $\frac{p}{q}$ qualquer. Note que é imprescindível que p e q sejam inteiros positivos, ou seja, que o lado do quadrado seja de fato um número racional, pois q representa uma quantidade de fileiras e p precisa ser inteiro porque utilizamos o fato de que a área de uma quadrado de lado p inteiro é igual a p^2. Mais adiante, veremos que se o lado de um quadrado mede l, em que l é um número real qualquer, então a sua área é igual a l^2.

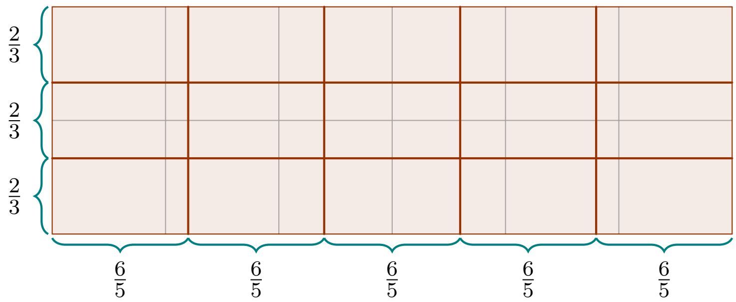


Áreas de Retângulos

Para encontrar a área de um retângulo de dimensões a e b, procedemos de modo semelhante ao que fizemos com quadrados. De fato, se as dimensões são inteiras, 2 e 3, por exemplo, então a área do retângulo é dada pelo produto $2 \times 3 = 6$ unidades de área, como podemos ver na figura abaixo.



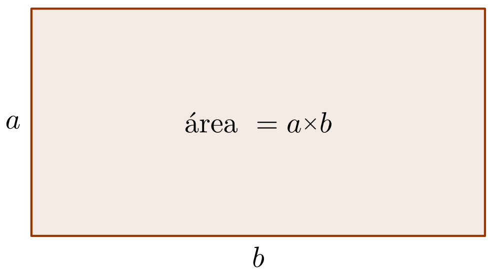
Se o retângulo possui lados com medidas racionais, digamos $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{5}$, então, como podemos ver na figura abaixo, se formamos 3 linhas com 5 cópias desse retângulo em cada linha, obtemos $3{\times}5 = 15$ retângulos que formam um retângulo maior, cujos lados são 2 e 6.



Logo, a área desse retângulo maior é $2{\times}6 = 12$. Portanto, a área de cada um dos 15 retângulos cujos lados medem $\frac{2}{3}$ e $\frac{6}{5}$ é igual a

$$\frac{12}{15} = \frac{2}{3}{\times}\frac{6}{5}.$$

Concluímos que a área de um retângulo cujos lados têm comprimentos racionais é igual ao produto desses lados. Assim como para quadrados, é possível mostrar que a área de um retângulo de lados a e b, em que a e b são números reais positivos quaisquer, é igual ao produto $a{\times}b$.

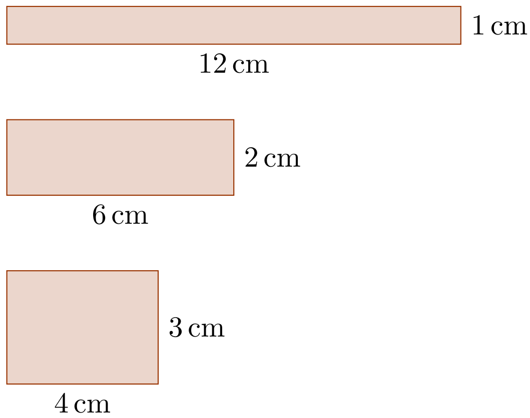


Vejamos um exemplo.

■ **Exemplo 1.5 — Canguru.** A área de um retângulo é $12\,\text{cm}^2$ e as medidas dos seus lados são números naturais. Qual das medidas a seguir pode ser o perímetro desse retângulo?

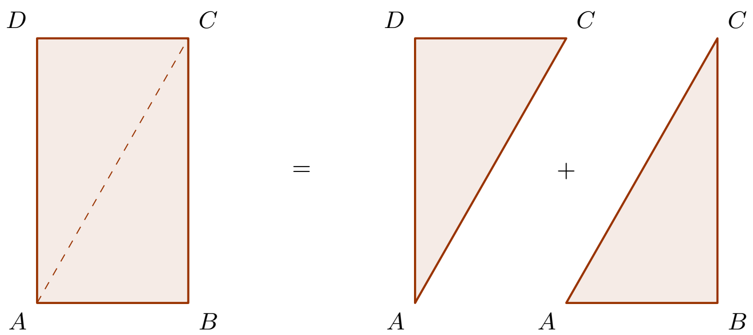
(a) 20 cm. (b) 26 cm. (c) 28 cm. (d) 32 cm. (e) 48 cm.

Se as medidas dos lados do retângulo são números naturais e sua área é $12\,\text{cm}^2$, então as medidas dos seus lados podem ser 12 cm e 1 cm; 4 cm e 3 cm ou 6 cm e 12 cm.
Uma vez que os perímetros dos retângulos acima são $2{\times}(12{+}1) = 2{\times}13 = 26$ cm, $2{\times}(6{+}2) = 2{\times}8 = 16$ cm e $2{\times}(4+3) = 2{\times}7 = 14$ cm, o único valor possível para o perímetro de um retângulo, cujos lados têm medidas dadas por números naturais e cuja área mede $12\,\text{cm}^2$, é 26 cm. Portanto, a alternativa correta é a da letra **(b)**.



Áreas de Triângulos

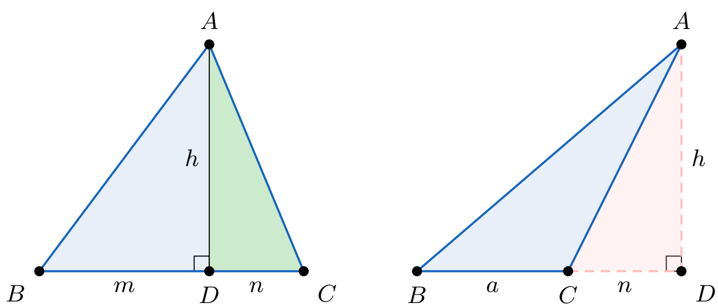
Não se pode obter a fórmula da área dos triângulos aplicando os mesmos passos dos exemplos anteriores porque não há como preencher um triângulo com quadrados. Mas, inversamente, podemos combinar dois triângulos retângulos idênticos para formar um retângulo. De modo equivalente, ao traçar a diagonal de um retângulo, obtemos dois triângulos de mesma área, representados na figura abaixo pelos triângulos ABC e CDA. Assim, a área de cada um deles é metade da área do retângulo $ABCD$.



Logo, a área de um triângulo retângulo é a metade do produto de sua base por sua altura. No próximo exemplo, mostraremos que isso não é qualidade apenas dos triângulos retângulos, mas de todos os triângulos.

O que temos aqui são exemplos de como obter áreas por *composição e recomposição de figuras*. Outra aplicação deste método, além do exemplo seguinte, está na obtenção das fórmulas das áreas de paralelogramos e trapézios, que serão apresentadas a seguir.

Um triângulo pode ter no máximo um ângulo maior ou igual a $90°$, pois se tivesse dois ou mais, a soma de seus três ângulos internos seria maior que $180°$, mas, como sabemos, essa soma em todo triângulo é $180°$. Desse modo, ou todos os ângulos de um triângulo são agudos (menores que $90°$), como o triângulo ABC da esquerda na figura abaixo, ou apenas um deles é agudo, como o triângulo da direita ABC na figura abaixo. Em cada caso, traçamos a altura AD relativa ao lado BC do triângulo.



No primeiro caso, o triângulo ABC pode ser decomposto em dois triângulos retângulos, os triângulos ABD e ACD, de bases m e n, respectivamente, e mesma altura h. Como ambos são retângulos, as áreas desses triângulos são iguais a $\frac{mh}{2}$ e $\frac{nh}{2}$, respectivamente. A área do triângulo ABC, que é a *soma* dessas duas áreas, então é igual a $\frac{mh}{2} + \frac{nh}{2} = \frac{(m+n)h}{2}$. Mas $m+n$ é a base do triângulo ABC (relativa à altura h), logo essa expressão representa metade do produto da base a pela altura h de ABC.

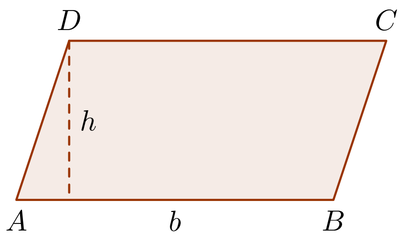
No segundo caso, o triângulo ABC tem na base o ângulo obtuso $\angle ACB$. Daí, ao traçar a altura AD ela cai fora da base do triângulo. Temos que ABC está contido no triângulo retângulo ABD. Este último tem base $a+n$, logo sua área é $\frac{(a+n)h}{2}$. Além disso, a área do triângulo retângulo ACD é igual a $\frac{nh}{2}$. Assim, a área do triângulo ABC, que é a área do triângulo ABD menos a área do ACD, é igual a:

$$\frac{(a+n)h}{2} - \frac{nh}{2} = \frac{ah}{2}.$$

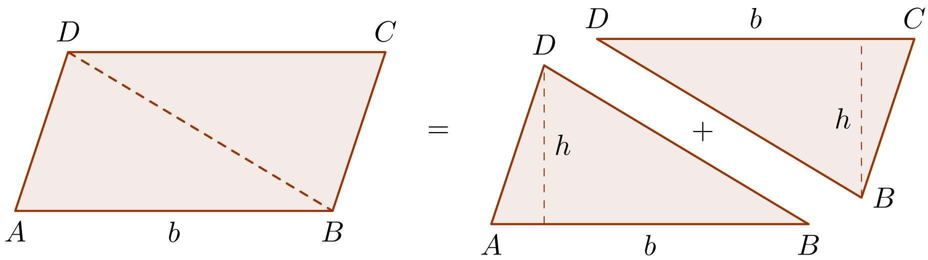
Concluímos que, neste caso, a área de ABC também é a metade do produto de sua base, a, pela sua altura h. Logo, a área de um triangulo cuja base mede b e cuja altura mede h é $\frac{bh}{2}$.

Áreas de Paralelogramos

Desejamos encontrar a área do paralelogramo de base b e altura h, desenhado na figura abaixo.



Para calcular a área do paralelogramo $ABCD$, traçamos uma de suas diagonais e observamos que os dois triângulos gerados são congruentes, ou seja, podem ser sobrepostos através de movimentos rígidos. Sendo assim, esses triângulos possuem a mesma área.

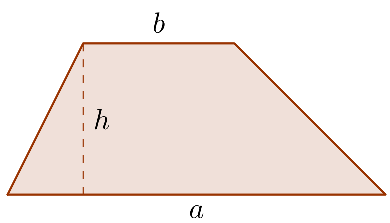


Observe que as áreas dos triângulos ABD e BCD são ambas iguais a $\frac{bh}{2}$ (a metade do produto de sua base por sua altura). Logo a área do paralelogramo, que é a soma das áreas desses dois triângulos, é igual a

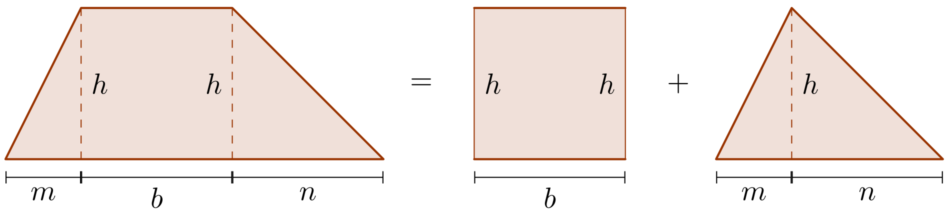
$$(\text{área do paralelogramo}) = \frac{bh}{2} + \frac{bh}{2} = bh.$$

Áreas de Trapézios

Agora desejamos calcular a áea de um trapézio qualquer, conhecendo as medidas de suas bases e sua altura.



Obteremos a fórmula que permite calcular a área de um trapézio qualquer desmontando e remontando esse trapézio em um retângulo e um triângulo. Veja a próxima figura.

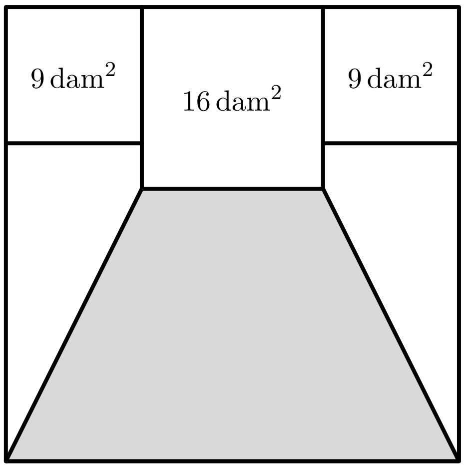


A área do trapézio à esquerda, é igual à soma das áreas do retângulo e do triângulo. A área do retângulo é bh e a do triângulo é $(m+n)h/2$. Logo,

$$\text{(área do trapézio)} = bh + \frac{(m+n)h}{2} = \frac{(2b+m+n)h}{2} = \frac{(b+b+m+n)h}{2} = \frac{(a+b)h}{2}.$$

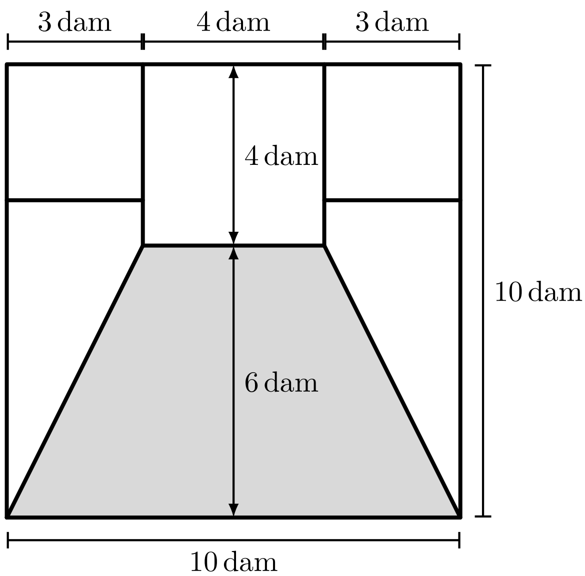
Vejamos um exemplo.

■ **Exemplo 1.6 — Olimpíada Portuguesa.** Paulo é dono de um terreno em forma de quadrado, que está dividido em seis lotes, três quadrados e três trapézios, como representado na figura abaixo.



Qual o valor do lote sombreado, sabendo que o valor de cada dam^2 é R$ 1000,00?

Veja que o lado dos quadrados que têm área igual a $9\,\text{dam}^2$ medem $3\,\text{dam}$ e o lado do quadrado que tem área igual a $16\,\text{dam}^2$ mede $4\,\text{dam}$. Assim, o lado do quadrado que representa o terreno tem comprimento igual a $3+4+3=10\,\text{dam}$. Assim, a altura do trapézio sombreado é igual a $10-4=6\,\text{dam}$ e as medidas das suas duas bases são iguais a $10\,\text{dam}$ e $4\,\text{dam}$. Acompanhe na próxima figura.



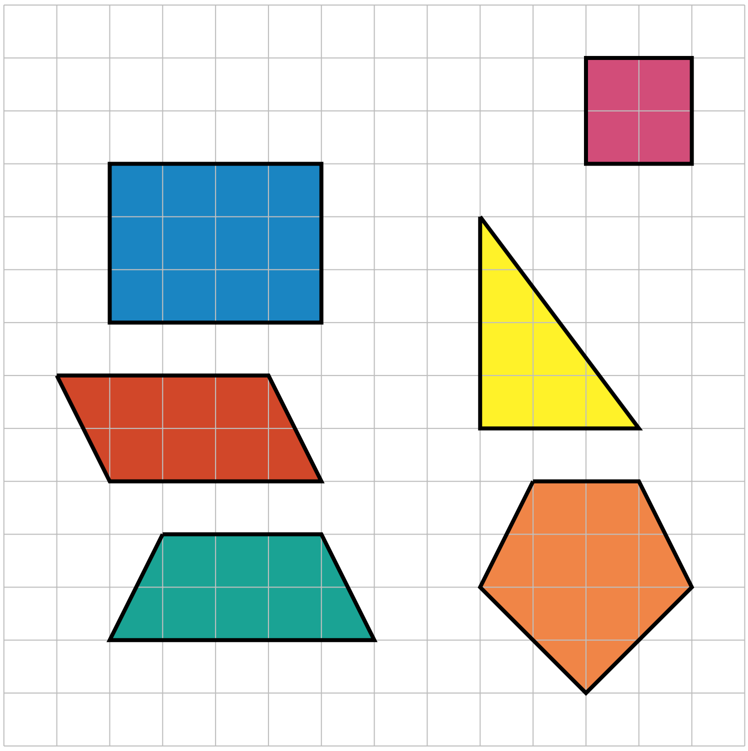
Logo, a área sombreada é

$$\frac{(4+10)\times 6}{2} = 14\times 3 = 42.$$

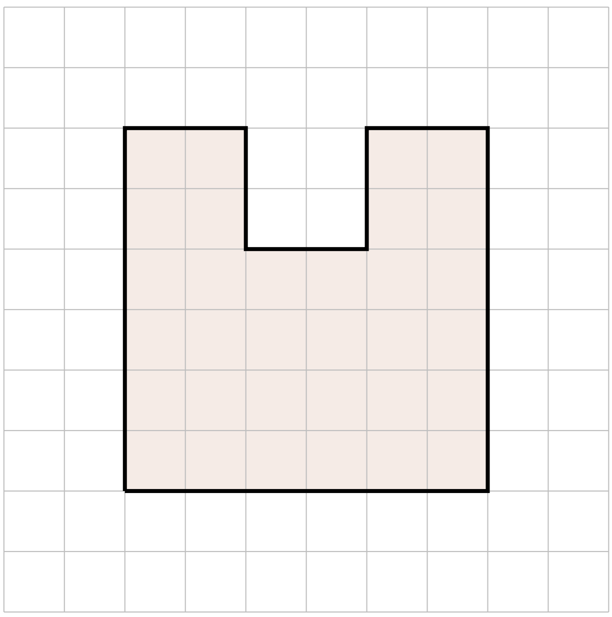
Como o preço por dam^2 é R$ 1000,00, o valor total do lote sombreado é R$ 42000,00.

1.3 – Perimetros e Áreas em Malhas

Malhas quadriculadas são quadros com linhas horizontais e verticais igualmente espaçadas que formam quadradinhos cujos lados têm a mesma medida. Utilizamos as malhas quadriculadas para desenhar figuras geométricas. Na malha quadriculada abaixo estão desenhados um retângulo, um quadrado, um paralelogramo, um triângulo retângulo, um trapézio e um pentágono.



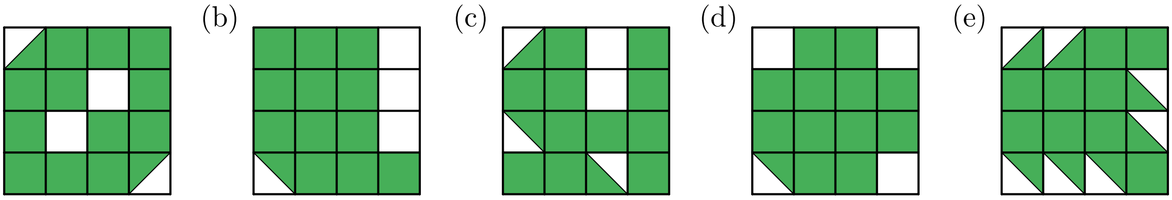
Quando os vértices de um polígono desenhado em uma malha quadriculada são pontos de interseção das linhas que formam a malha e os lados desse polígono estão sobre as linhas, é fácil calcular o perímetro e a área desse polígono. Observe a figura desenhada na malha quadriculada abaixo, em que cada quadradinho tem $1\,\text{cm}^2$.



Como a medida do lado de cada quadradinho é $1\,\text{cm}$, basta contar a quantidade de segmentos que formam o contorno da figura para saber o seu perímetro. Fazendo essa contagem, concluímos que esse perímetro é 28 cm. Para calcular a área dessa figura, basta contar a quantidade de quadradinhos que ela contém. Fazendo essa contagem, concluímos que a área da figura é $32\,\text{cm}^2$. Vajamos mais alguns exemplos.

■ Exemplo 1.7 — Canguru. Em qual das figuras abaixo a área da parte colorida é maior do que nas outras figuras?

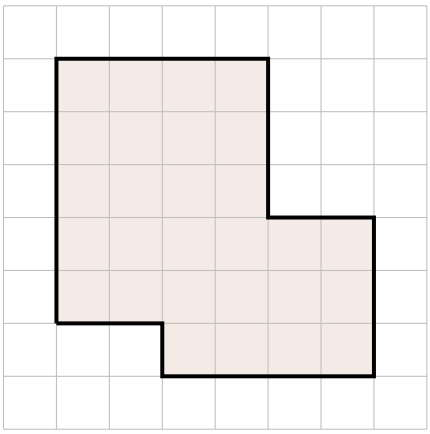
(a) (b) (c) (d) (e)



Uma solução natural para o exemplo acima consiste em contar a quantidade de quadradinhos coloridos em cada figura e adicionar a essa quantidade a metade da quantidade de triângulos, pois a área de cada triângulo é a metade da área de um quadradinho. Assim, temos

$$\begin{aligned}
\text{área colorida do item (a)} &= 12 + \frac{2}{2} = 13;\\
\text{área colorida do item (b)} &= 12 + \frac{1}{2} = 12{,}5;\\
\text{área colorida do item (c)} &= 11 + \frac{3}{2} = 12{,}5;\\
\text{área colorida do item (d)} &= 12 + \frac{1}{2} = 12{,}5;\\
\text{área colorida do item (e)} &= 9 + \frac{7}{2} = 12{,}5.
\end{aligned}$$

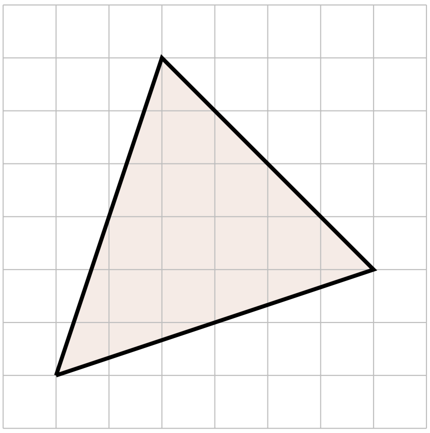
■ Exemplo 1.8 — CMF. Na malha quadriculada abaixo, a figura em destaque representa uma ciclovia. Um ciclista deu quatro voltas completas nessa pista, percorrendo um total de 288 metros. É correto afirmar que a área delimitada por essa pista, em metros quadrados, é igual a:



(a) $243\,\text{m}^2$.
(b) $252\,\text{m}^2$.
(c) $279\,\text{m}^2$.
(d) $2016\,\text{m}^2$.
(e) $4032\,\text{m}^2$.

Veja que o ciclista deu 4 voltas e percorreu 288 metros. Logo, em cada volta ele precorreu $\frac{288}{4} = 72$ metros. Contando diretamente na figura, observamos que, em cada volta, o ciclista passa por 24 lados de quadrados da malha. Assim, o lado de cada quadrado representa uma distância de $\frac{72}{24} = 3$ metros. Logo, a área de cada quadrado corresponde a $3^2 = 9\,\text{m}^2$. Por fim, também contando diretamente na figura, vemos que o número de quadrados na região delimitada pela ciclovia é 28. Portanto, a área dessa região é $28{\times}9 = 252\,\text{m}^2$.

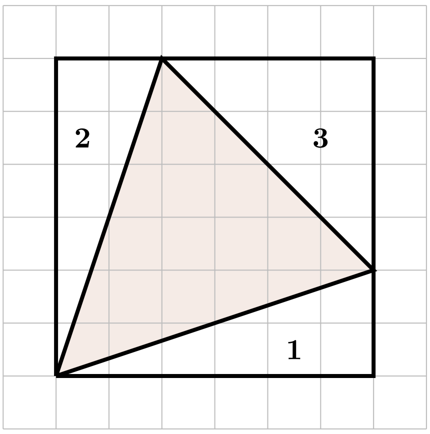
■ **Exemplo 1.9** Durante um treinamento dos cadetes da Academia Militar das Agulhas Negras, foi distribuído um mapa de uma região minada, representada pela cor cinza na malha quadriculada abaixo, formada por quadrados idênticos de $1\,\text{km}^2$ de área.



Além de atravessar o terreno em segurança, os cadetes deveriam calcular a área dessa região minada. Caso acertem, a resposta será

(a) $14{,}5\,\text{km}^2$.
(b) $15{,}0\,\text{km}^2$.
(c) $15{,}5\,\text{km}^2$.
(d) $16{,}0\,\text{km}^2$.
(e) $16{,}5\,\text{km}^2$.

Perceba que, qualquer que seja a base considerada, não é imediado encontrar as medidas da base e da altura desse triângulo. Uma ideia alternativa para calcular essa área consiste em completar um quadrado que contenha o triângulo e subtrair da área desse quadrado as áreas de três triângulo cujas áreas são mais fáceis de calcular, pois são triângulos retângulos. Acompanhe na próxima figura.



O lado do quadrado mede $6\,\text{km}$. Os triângulos **1** e **2** têm ambos base medindo $6\,\text{km}$ e altura medindo $2\,\text{km}$. Já a base e a altura do triângulo **3** medem $4\,\text{km}$. Desse modo, a área do quadrado é

$$6\times 6 = 36\,\text{km}^2,$$

as áreas dos trângulos **1** e **3** medem

$$\frac{6\times 2}{2} = 6\,\text{km}^2$$

ea área do triângulo **3** mede

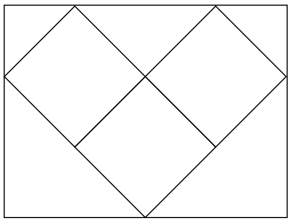
$$\frac{4\times 4}{2} = 8\,\text{km}^2.$$

Portanto, a área da região minada, representada pela triângulo pintado de cinza na figura é

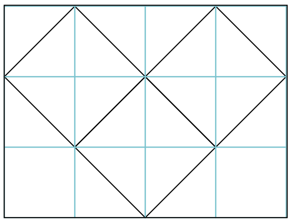
$$36 - (2\times 6 + 8) = 36 - 20 = 16\,\text{km}^2.$$

Nos exemplos anteriores, percebemos que a utilização de uma malha quadriculada facilita os cálculos dos perímetros e áreas de figuras planas. Porém, nem todos os enunciados dos problemas de Geometria trazem uma figura desenhada sobre uma malha. Entretanto, isso não significa que não podemos construir nossa própria malha como forma de facilitarmos a solução. Veja os seguintes exemplos.

■ **Exemplo 1.10 — OBM.** Na figura abaixo, temos um retângulo circunscrito a três quadrados, cada um com $1\,\text{cm}^2$ de área. Sabendo que a figura é simétrica em relação à reta vertical que passa pelo centro do retângulo, qual é a área desse retângulo?



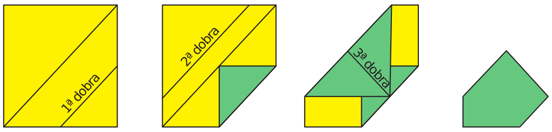
Vamos dividir o retângulo em 12 quadrados menores através de cortes paralelos às diagonais dos três quadrados originais, formando uma malha quadriculada, conforme a seguinte ilustração.



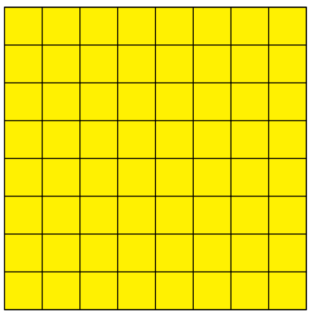
Observe que cada quadrado original é dividido em quatro triângulos menores congruentes. Portanto, cada um destes triângulos tem área $\frac{1}{4}\ cm^2$.

Por outro lado, a junção de dois destes triângulos formam um quadrado da malha. Logo, cada quadrado da malha tem área $2\times\frac{1}{4} = \frac{1}{2}\ cm^2$. Consequentemente, a área do retângulo é igual a $12\times\frac{1}{2} = 6\ cm^2$.

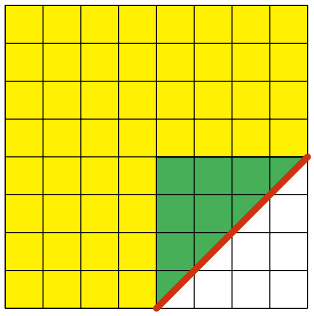
■ **Exemplo 1.11 — OBMEP.** Uma folha quadrada de 8cm de lado foi dobrada três vezes, conforme mostrado nas seguintes figuras. A primeira e a segunda dobras ficaram paralelas a uma diagonal da folha, ao passo que a terceira dobra ficou perpendicular a essa diagonal. Qual é a área da figura final?



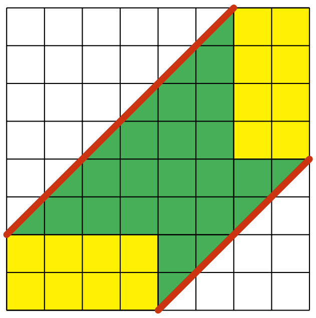
A fim de entendermos melhor as várias dobras, começamos quadriculando a folha, no seu formato original, em $8\times8 = 64$ quadradinhos iguais, cada um deles de lado $1\,\text{cm}$ e, portanto, área $1\,\text{cm}^2$.



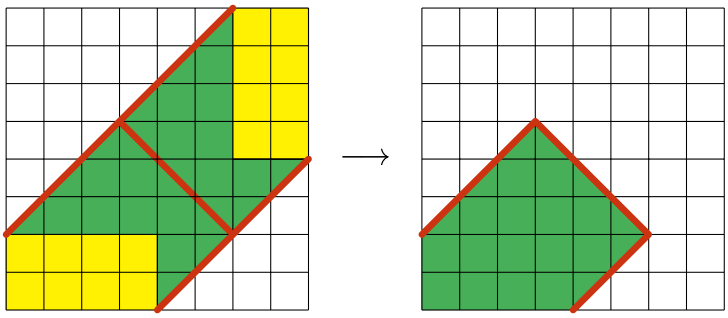
A primeira dobra gerou um triângulo com um vértice sobre uma diagonal do quadrado. Como ela resultou paralela a essa diagonal, concluímos, pela próxima figura, que ela dividiu cada lado da folha original ao meio.



A segunda dobra, também feita paralelamente à mesma diagonal do quadrado, fez com que o vértice superior esquerdo, da folha original, coincidisse com o ponto médio da hipotenusa do triângulo mencionado anteriormente.



Por sua vez, tendo em vista que os pontos médios das duas dobras estão situados sobre a outra diagonal do quadrado, deduzimos que a situação, da terceira dobra, é a ilustrada na próxima figura, na qual ela foi feita ao longo do segmento destacado com contorno mais grosso situado sobre a outra diagonal da folha original.



Assim, a figura final, cujo contorno está destacado, é formada por 15 quadradinhos e por 8 metades de quadradinhos, sendo, pois, equivalente a

$$15 + \left(8 \times \frac{1}{2}\right) = 19$$

quadradinhos.

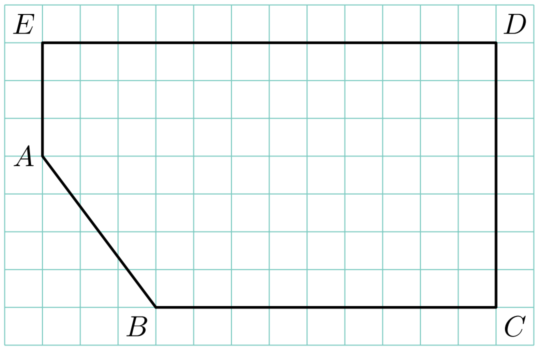
Por fim, uma vez que o lado de cada um desses quadradinhos mede 1 cm, concluímos que a área da figura final vale

$$19 \times 1 = 19\,\text{cm}^2.$$

1.4 – O Teorema de Pitágoras

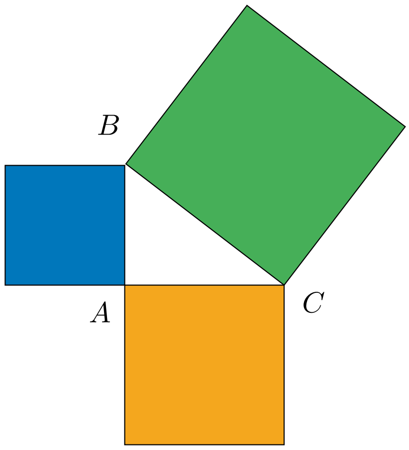
No exemplo 1.8, nos deparamos com uma situação na qual calculamos o perímetro de um polígono cujos vértice eram pontos de interseção das retas que formam uma malha quadriculada e cujos lados estavam todos sobre as retas da malha. Desse modo, é natural se questionar se *é possível calcular o perímetro de um polígono cujos vértices são pontos de interseção das retas de uma malha, mas os lados não necessariamente estejam sobre as retas dessa malha?* Veja o exemplo abaixo.

■ **Exemplo 1.12** O pentágono $ABCDE$ a seguir possui seus vértices sobre uma reticulado formado por quadrados de lado 1 cm. Qual é o perímetro desse pentágono?



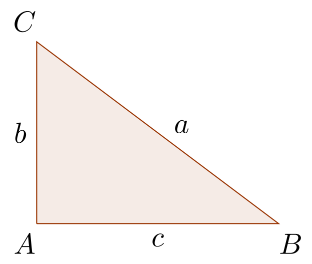
Para encontrar o perímetro de polígonos como esse, precisamos de um resultado muito importante na Matemática: o Teorema de Pitágoras. Recordamos que um triângulo é **retângulo** se um dos seus ângulos internos é **reto**, isto é, mede $90°$. Como a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois retos, ou seja, $180°$, a soma das medidas dos dois outros ângulos internos de um triângulo retângulo é $180° - 90° = 90°$. Quando a soma de dois ângulos é igual a $90°$, dizemos que esses ângulos são **complementares**.

Teorema 1.1 — Pitágoras. Se ABC é um triângulo retângulo, com o ângulo reto situado no vértice A, então a área do quadrado cujo lado é $\overline{BC}$ é igual à soma das áreas dos quadrados cujos lados são $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.



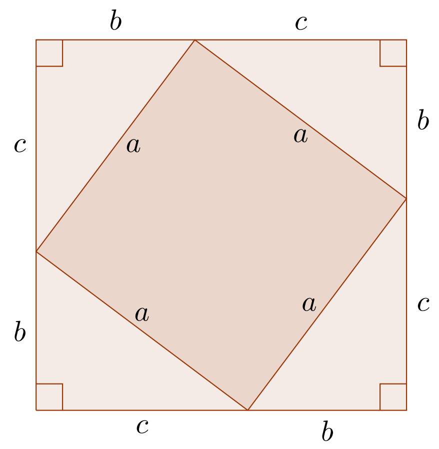
Em outras palavras, se ABC é um triângulo retângulo em A, $BC = a$, $AC = b$ e $AB = c$, então

$$a^2 = b^2 + c^2.$$



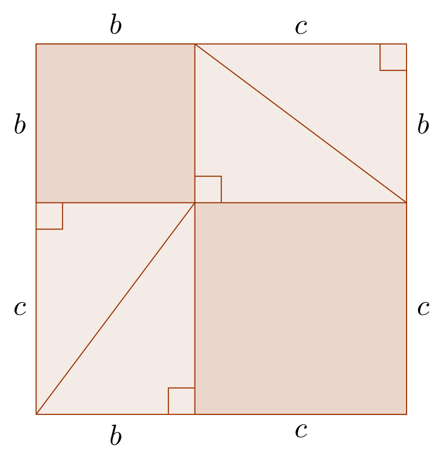
O lado maior de um triângulo retângulo é chamado de **hipotenusa** e os outros dois lados são chamados de **catetos**. O Teorema de Pitágoras afirma que, se o triângulo é retângulo, então a *soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa.*

Existem diversas formas diferentes de justificar a validade do Teorema de Pitágoras. Apresentaremos uma justificativa bem intuitiva, com forte apelo geométrico, que consiste em dividir um mesmo quadrado de lado $a+b$ em polígonos de dois modos distintos e comparar as áreas dos polígonos obtidos nas duas situações. Pra começar veja o quadrado de lado $b+c$ da figura abaixo.



O quadrilátero de lado a que está no centro também é um quadrado, pois cada um dos seus ângulos é reto. De fato, a soma de um desses ângulos com os dois ângulos agudos do triângulo ABC é igual a $180°$. Logo, como a soma dos ângulos internos de ABC também é igual a $180°$, cada um dos ângulos internos do quadrilátero em questão tem a mesma medida do ângulo reto do triângulo ABC, ou seja, cada um desses ângulos mede $90°$. Portanto, a área do quadrado grande, cujo lado mede $a+b$ é a soma das áreas dos quatro triângulos retângulos de catetos b, c e hipotenusa a com a área do quadrado de lado a, que é igual a a^2.

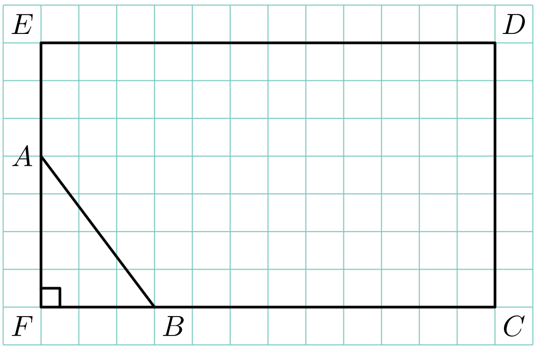
Agora, veja o mesmo quadrado de lado $a+b$ dividido de outra maneira.



Neste caso, a área do quadrado de lado $a+b$ é dada pela somas das áreas de quatro triângulos retângulos de catetos b, c e hipotenusa a – iguais aos da figura anterior – e dois quadrados, um de lado b e outro de lado c. Comparando as duas figuras, percebemos que a área do quadrado de lado a da primeira deve ser igual à soma das áreas dos quadrados de lados b e c da segunda. Logo,

$$a^2 = b^2 + c^2.$$

Agora vamos apresentar uma solução para o exemplo 1.12. Em primeiro lugar, veja que é fácil determinar o comprimento dos lados $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ e $\overline{AE}$, pois eles estão sobre a malha. Desse modo, temos $BC = 9\,\text{cm}$, $CD = 7\,\text{cm}$, $DE = 12\,\text{cm}$ e $AE = 3\,\text{cm}$. Para determinar o comprimento do lado $\overline{AB}$, vamos marcar o ponto F e desenhar o triângulo AFB, retângulo em F, acompanhe na próxima figura.



O Teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo AFB nos diz que o quadrado de AB é igual à soma dos quadrados de AF e BF. Logo, uma vez que $AF = 4\,\text{cm}$ e $BF = 3\,\text{cm}$, obtemos

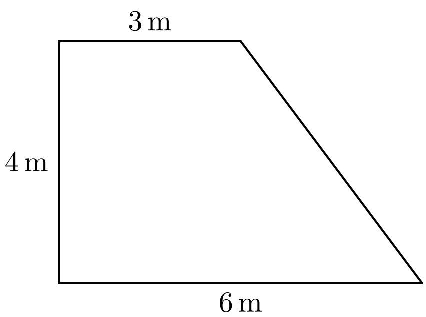
$$AB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25.$$

Portanto, $AB = 5\,\text{cm}$. Finalmente, para calcular o perímetro do pentágono $ABCDE$, somamos os comprimentos de todos os seus lados.

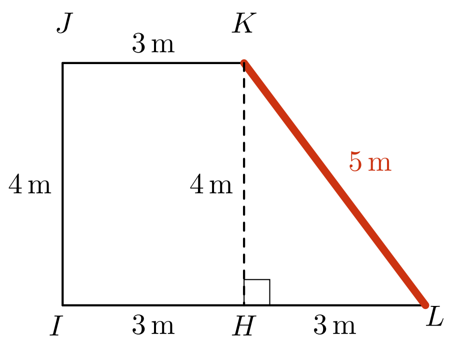
$$AB + BC + CD + DE + AE = 5 + 9 + 7 + 12 + 3 = 36\,\text{cm}.$$

Note ainda que, a aplicação do Teorema de Pitágoras, também pode ser feita em situações nas quais não há a presença de uma malha quadriculada. Nesses casos, podemos construir triângulos retângulos com o auxílio de retas perpendiculares entre si.

■ **Exemplo 1.13** Calcule o perímetro do seguinte terreno em formato de trapézio retângulo.



Em primeiro lugar, vamos denotar os vértices da figura por J, K, L e I. Para calcular o perímetro do terreno, em formato de trapézio retângulo, é preciso calcular a medida do segmento $\overline{KL}$ que aparece destacado na figura abaixo. Fazemos isso traçando o segmento $\overline{HK}$, perpendicular à base do trapézio, o qual divide o trapézio no retângulo $HIJK$ e no triângulo retângulo HKL.



Utilizando novamente o fato de que os lados opostos de um retângulo têm medidas iguais, obtemos $HK = IJ = 4\,\text{m}$ e $IH = JK = 3\,\text{m}$. Logo, $HL = IL - IH = 6\,\text{m} - 3\,\text{m} = 3\,\text{m}$. Por fim, uma vez que o triângulo IKL é retângulo em I, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para encontrar a medida da hipotenusa KL:

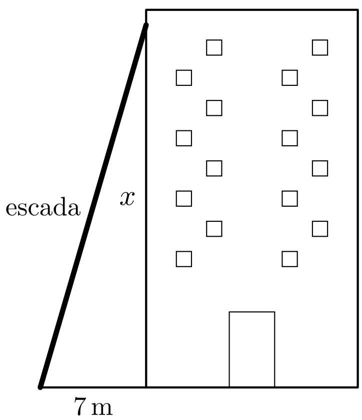
$$KL^2 = HK^2 + HL^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25,$$

ou seja, $KL = 5\,\text{m}$. Portanto, o perímetro do terreno em forma de trapézio retângulo é igual a

$$4 + 3 + 5 + 6 = 18\,\text{m}.$$

Uma consequência importante do Teorema de Pitágoras é apresentada no exemplo a seguir.

■ **Exemplo 1.14 — OBMEP.** O topo de uma escada de $25\,\text{m}$ de comprimento está encostado na parede vertical de um edifício. O pé da escada está a $7\,\text{m}$ de distância da base do edifício, como mostrado na figura. Se o topo da escada escorregar $4\,\text{m}$ para baixo, ao longo da parede, qual será o deslocamento do pé da escada?



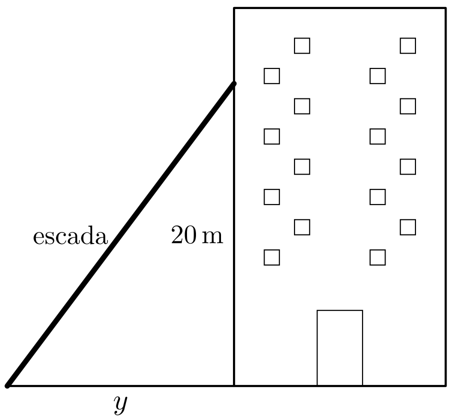
Em primeiro lugar, vamos calcular a altura do topo da escada antes dela escorregar. Denotando esse valor por x e utilizando o Teorema de Pitágoras, temos

$$25^2 = 7^2 + x^2.$$

Passando o termo 7^2 para o lado esquerdo da equação e utilizando a diferença de quadrados, obtemos

$$x^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576 = 2^6 \times 3^2.$$

Portanto, $x = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$. Ao descer quatro metros, a altura do topo da escada passará ser igual a $24 - 4 = 20$ metros. Seja y a nova distância do pé da escada até o prédio.



Utilizando mais uma vez Pitágoras, obtemos

$$25^2 = 20^2 + y^2.$$

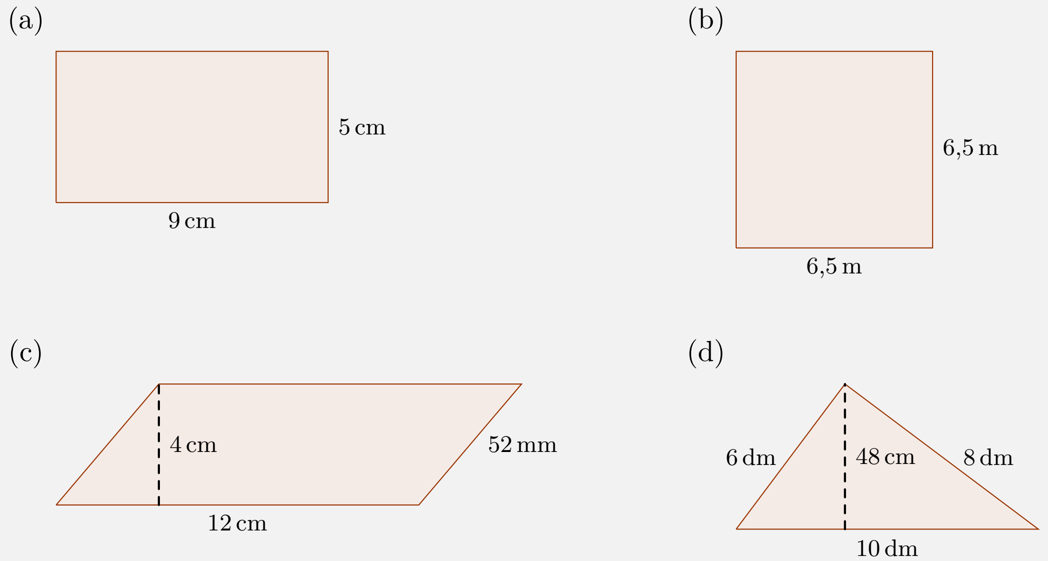
Passando o termo 20^2 para o lado esquerdo da equação, obtemos

$$y^2 = 25^2 - 20^2 = 625 - 400 = 225 = 3^2{\times}5^2.$$

Portanto, $y = 3{\times}5 = 15$. Logo, o deslocamento horizontal foi de $15 - 7 = 8\,\text{m}$.

1.5 – Problemas resolvidos

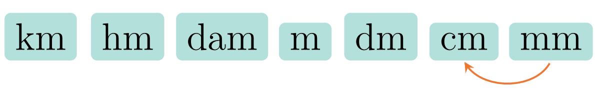
Problema 1 Encontre o perímetro e a área de cada figura abaixo.



Solução. A figura do item (a) é um retângulo de dimensões 9 cm e 5 cm, portanto a sua área é $9{\times}5 = 45\,\text{cm}^2$ e o seu perímetro é $2{\times}(9+5) = 2{\times}14 = 28\,\text{cm}$.

A figura do item (b) é um quadrado cujo lado mede 6,5 cm. Logo, sua área é $6{,}5{\times}6{,}5 = 42{,}25\,\text{cm}^2$ e seu perímetro é $4{\times}6{,}5 = 26\,\text{cm}$.

Já a figura do item (c) é um paralelogramo cuja base mede 12 cm e cuja altura mede 4 cm, logo, sua área é $12{\times}4 = 48\,\text{cm}^2$. Para calcular o perímetro desse paralelogramo, vamos transformar a medida de um dos lados, inicialmente dada em milímetros para centímetros. A medida desse lado é 52 mm. Veja que para transformar 52 mm em cm devemos deslocar a vírgula uma casa a esquerda, pois essa é a quantidade de saltos necessária para ir de mm para cm no dispositivo abaixo.



Assim, uma vez que 52 mm = 5,2 cm, o perímetro do peralelogramo é $2\times(12+5{,}2) = 2\times 17{,}2 = 34{,}4\,\text{cm}$.

A figura do item (d) é um triângulo. Como as medidas dos lados desse triângulo são todas dadas em uma mesma unidade, dm, para calcular o seu perímetro basta somar essas medidas. Fazendo isso, obtemos $6+10+8 = 24\,\text{dm}$. Agora, veja que uma das alturas do triângulo, a única dada na figura, está em cm. Como a medida da base relativa a essa altura é dada em dm, transformaremos medida da altura também para dm, deslocando a vírgula uma casa para a esquerda.

km hm dam m dm cm mm

Assim, obtemos 48 cm = 4,8 dm e a área do triângulo é

$$\frac{10\times 4{,}8}{2} = \frac{48}{2} = 24\,\text{dm}^2.$$

■

Problema 2 O perímetro de um retângulo é 92 cm e a sua largura é 13 cm. Encontre o comprimento desse retângulo.

Solução. Como sabemos, o perímetro de um retângulo é igual ao dobro da soma das suas dimensões. Assim, se o perímetro de um retângulo é 92 cm, então a soma das dimensões desse retângulo é $92\div 2 = 46\,\text{cm}$. Como a largura é igual a 13 cm, o comprimento é igual a $46-13 = 33\,\text{cm}$. ■

Problema 3 O perímetro de um quadrado é 44 cm. Encontre a medida do lado desse quadrado.

Solução. O perímetro de um quadrado é igual ao quádruplo da medida do lado. Assim, o lado de um quadrado é ugual a um quarto do perímetro. Logo, uma vez que o perímetro do quadrado em questão é 44 cm, a medida do seu lado é $44\div 4 = 11\,\text{cm}$. ■

Problema 4 A área de um terreno retangular é $72\,\text{m}^2$. Encontre o comprimento desse terreno, sabendo que a sua largura é 8 m.

Solução. A área de um retângulo é o produto da largura pelo comprimento. Assim, podemos obter o comprimento do terreno dividindo a sua área pela largura. Logo, o comprimento do terreno é igual a $72\div 8 = 9\,\text{m}$. ■

Problema 5 O perímetro de um triângulo equilátero é 34,5 cm. Encontre a medida do lado desse triângulo.

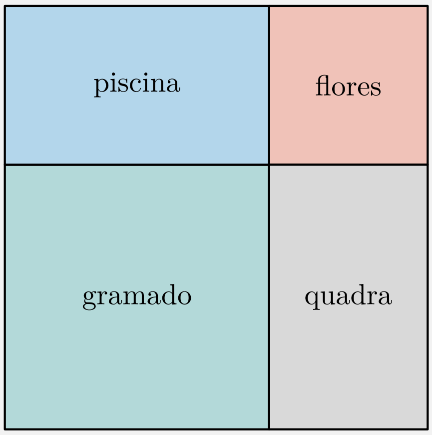
Solução. Em um triângulo equilátero, os três lados têm a mesma medida, logo, o perímetro é igual ao triplo da medida do lado. Portanto, a medida do lado do triângulo é igual a $34{,}5\div 3 = 11{,}5\,\text{cm}$. ■

Problema 6 — SAEP - Adaptado. Alfredo tem o costume de correr em torno de um parque que tem formato retangular. As dimensões do parque são 500 metros de largura por 600 metros de comprimento. Todos os dias, Alfredo dá quatro voltas em torno do parque. Podemos afirmar que ele percorre diariamente um total de:

(a) 2,2 km (b) 4,4 km (c) 8,8 km (d) 300 km

Solução. O perímetro do parque é igual a $2\times(500+600) = 2200$ metros. Contudo, essa é a distância que ele percorre ao dar uma única volta. Como Alfredo dá quatro voltas, a distância que ele percorre diariamente é igual a $4\times 2200 = 8800$ metros. Agora, observe que as opções de resposta são dadas em quilômetros. Como 1000 metros correspondem a um quilômetro, temos que dividir o valor obtido em metros por 1000, a fim de obter o valor correspondente em quilômetros. Assim fazendo, concluímos que Alfredo percorre um total de 8,8 km; a resposta correta é o item (c). ■

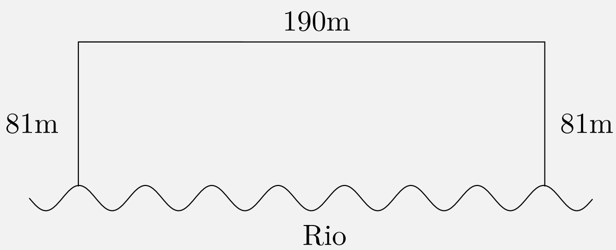
Problema 7 — Prova Brasil. Um terreno quadrado foi dividido em quatro partes, como mostra o desenho abaixo. Uma parte foi destinada para piscina, uma para a quadra, uma parte quadrada para o canteiro de flores e outra, também quadrada, para o gramado. Sabe-se que o perímetro da parte destinada ao gramado é 20 m e o da parte destinada ao canteiro de flores é 12 m.



Qual o perímetro da parte destinada à piscina?

Solução. Como a parte delineada para gramado é um quadrado e possui perímetro 20 metros, os lados desse quadrado medem $20/4 = 5$ metros. O canteiro de flores, também sendo um quadrado, e com perímetro 12 metros, deverá possuir lados medindo $12/4 = 3$ metros. Pela figura, podemos observar que um dos lados da piscina coincide com um do gramado e outro lado da piscina coincide com um do canteiro de flores. Logo, a piscina tem dimensões iguais a 5 m metros e 3 m. Então, temos que o perímetro da piscina é $2{\times}(5+3) = 16$ metros. ■

Problema 8 — ENEM. Para o reflorestamento de uma área, deve-se cercar totalmente, com tela, os lados de um terreno, exceto o lado margeado pelo rio, conforme a figura. Cada rolo de tela que será comprado para confecção da cerca contém 48 metros de comprimento.



A quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar esse terreno é

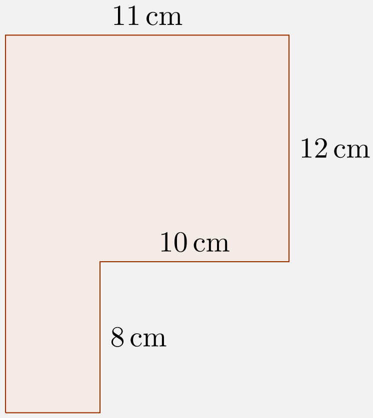
(a) 6. (b) 7. (c) 8. (d) 11. (e) 12.

Solução. Uma vez que um dos lados é margeado pelo rio, devemos desconsiderar esse lado ao calcular o perímetro do terreno, pois não utilizaremos tela alguma aí. Desse modo, a quantidade de tela utilizada para cercar todo o terreno é igual a $81 + 81 + 190 = 352$ metros. Por outro lado, a tela é vendida em rolos de 48 metros. Assim, para calcular a quantidade mínima de rolos que deve ser comprada para cercar o terreno, devemos começar dividindo 352 por 48:

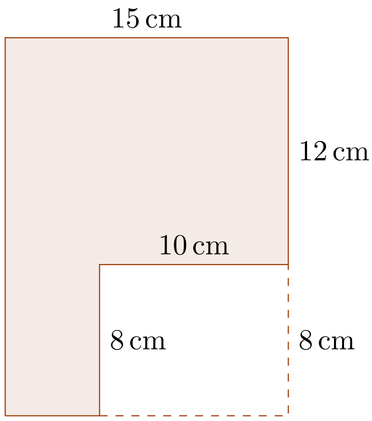
$$\begin{array}{r|l} 352 & 48 \\ \hline 16 & 7 \end{array}$$

Veja que 7 rolos de tela não são suficientes para cercar o terreno, pois ainda ficariam 16 metros sem cerca. Assim, a quantidade mínima de rolos para cercar o terreno é $7 + 1 = 8$, embora o oitavo rolo não seja utilizado completamente. Logo, a alternativa correta é a da letra **(c)**. ■

Problema 9 A figura abaixo foi montada juntando dois retângulos sem sobreposições. Encontre o seu perímetro e a sua área.



Solução. Como fizemos no exemplo 1.3, vamos completar a figura do enunciado para formar um retângulo, utilizando segmentos tracejados paralelos aos lados do polígono original.



Uma vez que em um retângulo os pares de lados opostos têm a mesma medida, obtemos a medida do segundo lado desse retângulo – o qual não sabíamos a medida –. De fato, esse lado mede

$$12 + 8 = 20\,\text{cm}.$$

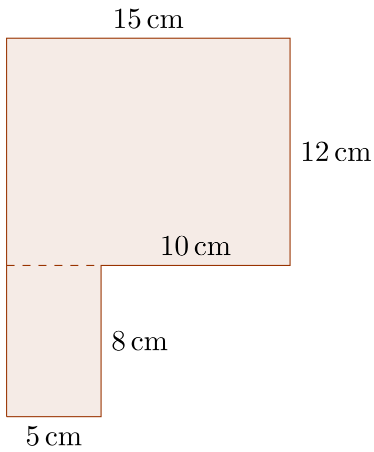
Agora, observe que os perímetros da figura original e do retângulo são os mesmos. Logo, o perímetro procurado é

$$2\times(15 + 20) = 2\times 35 = 70\,\text{cm}.$$

A área da figura original é a diferença entre a área do retângulo do qual acabamos de calcular o perímetro, que tem dimensões iguais a 15 cm e 20 cm, e a área do retângulo que tem dimensões 10 cm e 8 cm. Desse modo, essa área é igual a

$$15\times 20 - 10\times 8 = 300 - 80 = 220\,\text{cm}^2.$$

Outra ideia para o cálculo da área da figura consiste em dividi-la em dois retângulos e somar as áreas desses retângulos. Acompanhe na figura abaixo.

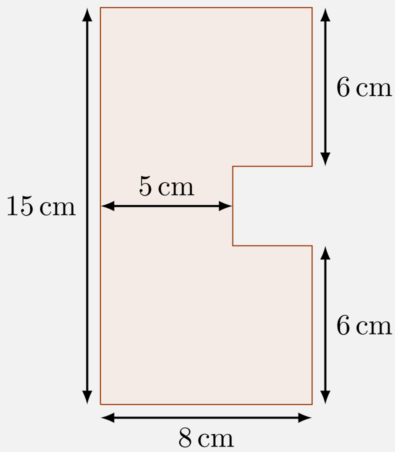


Desse modo, a área da figura é

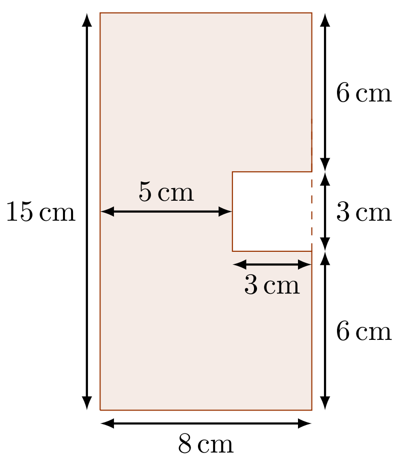
$$15{\times}12 + 5{\times}8 = 180 + 40 = 220\,\mathrm{cm}^2.$$

■

Problema 10 Um quadrado foi recortado de uma folha em forma de retângulo de dimensões 15 cm por 8 cm, como mostra a figura abaixo. Encontre o perímetro e a área da região que restou após o corte.



Solução. Observe que o lado do quadrado que foi recortado mede $8 - 5 = 3$ cm. Assim, para encontrarmos a área da região que restou, calculamos a área do quadrado original e subtraímos a área do quadrado que foi retirado.



Sendo assim, a área da região que restou é

$$8\times 15 - 3\times 3 = 120 - 9 = 111\,\text{cm}^2.$$

Para calcular o perímetro da região que restou, somamos as medidas de todos os seus lados.

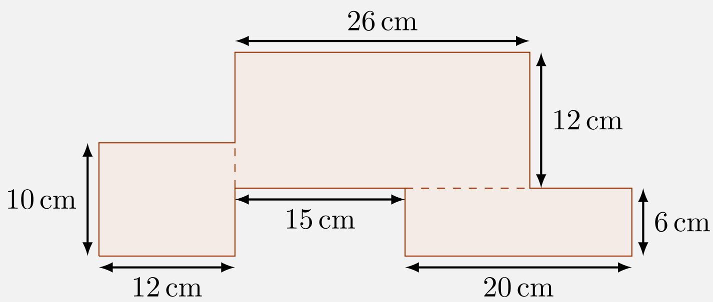
$$15 + 8 + 6 + 3 + 3 + 3 + 6 + 8 = 52\,\text{cm}.$$

Outro modo de calcular o perímetro dessa figura é notar que o que o diferencia do perímetro do retângulo de lados 15 cm e 8 cm são dois dos lados do quadrado que foi retirado. De fato, quando o quadrado de lado 3 cm foi retirado, substituímos um lado de 3 cm por três desses lados no contorno da figura (reflita sobre essa afirmação olhando para a figura!). Assim, o perímetro da figura recortada é igual a

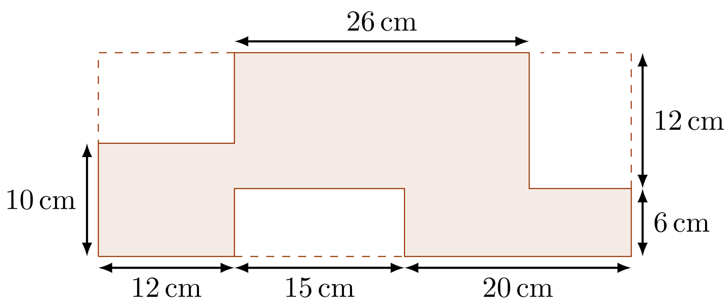
$$2\times(15 + 8) + 3 + 3 = 2\times 23 + 6 = 46 + 6 = 52\,\text{cm}.$$

■

Problema 11 A figura abaixo foi montada juntando três retângulos sem sobreposição. Encontre o seu perímetro.



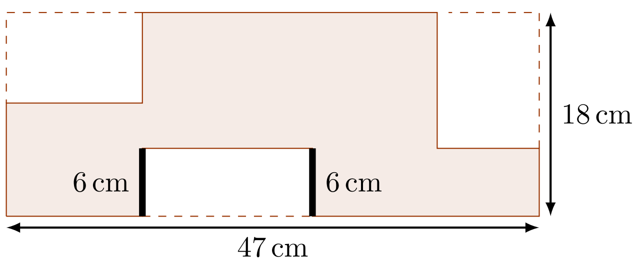
Solução. Vamos completar a figura para formar um retângulo. Acompanhe na figura abaixo.



Os lados desse retângulo medem $12 + 15 + 20 = 47$ cm e $6 + 12 = 18$ cm. Desse modo, o seu perímetro é igual a

$$2\times(47 + 18) = 2\times 65 = 130\,\text{cm}.$$

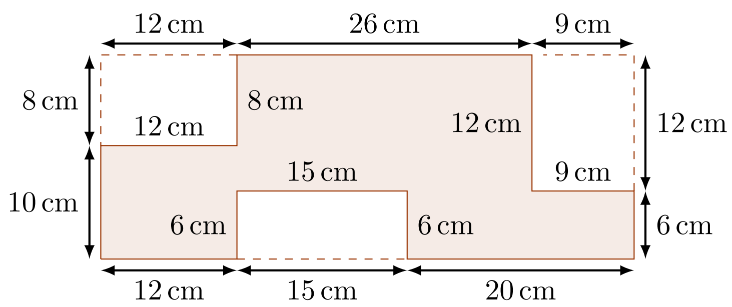
Utilizando mais uma vez a propriedade de que os lados opostos de um retângulo têm a mesma medida, a diferença entre perímetro da figura original e o perímetro do retângulo de 130 cm que desenhamos acima é a soma das medidas dos dois segmentos que medem 6 cm destacados na próxima figura.



Assim, o perímetro da figura é igual a

$$130 + 2\times 6 = 130 + 12 = 142\,\text{cm}.$$

Outro modo de encontrar o perímetro dessa figura consiste em encontrar as medidas dos segmentos que compõem o perímetro, mas não estão evidentes na figura. Essas medidas podem ser obtidas mais uma vez utilizando o fato de que os lados opostos de um retângulo têm a mesma medida. Veja a figura abaixo.

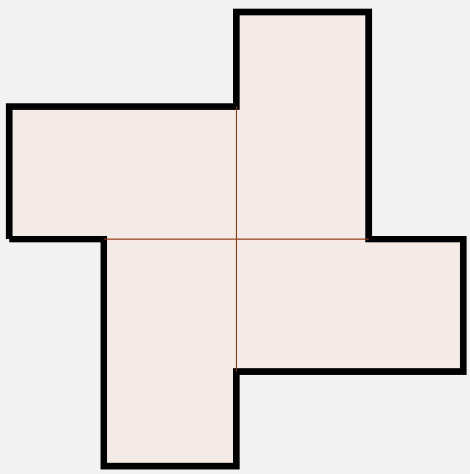


Portanto, concluímos que o perímetro da figura é igual a

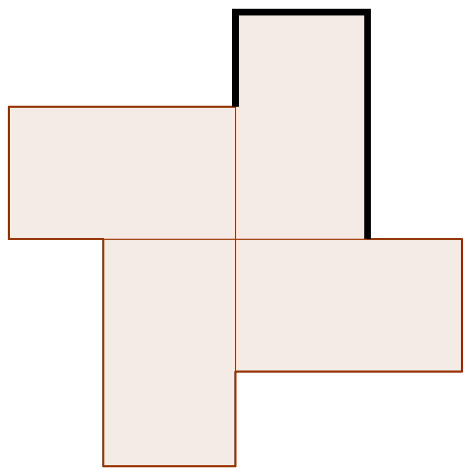
$$12 + 6 + 15 + 6 + 20 + 6 + 9 + 12 + 26 + 8 + 12 + 10 = 142\,\text{cm}.$$

■

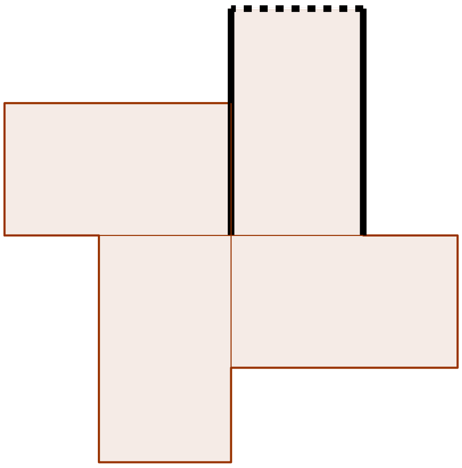
Problema 12 O perímetro da figura abaixo, formada por quatro retângulos idênticos, é igual a 96 cm. Quanto medem os lados maiores de cada retângulo?



Solução. Vamos dividir o perímetro da figura em quatro partes iguais. Uma delas está destacada figura abaixo.

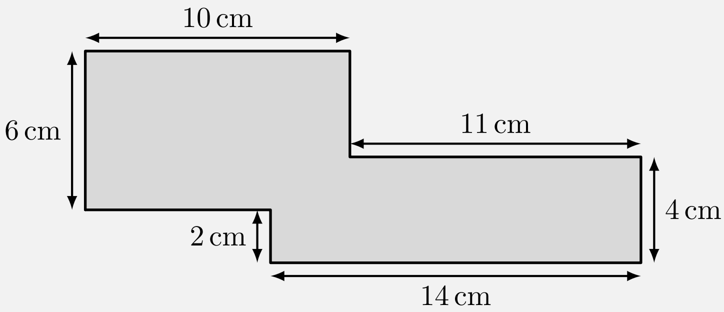


Desse modo, cada uma dessas quatro partes tem comprimento igual a $96 \div 4 = 24\,\text{cm}$. Agora, veja que o segmento que corresponde ao menor lado do retângulo pode ser deslocado para completar o comprimento do maior lado. Acompanhe na próxima figura.



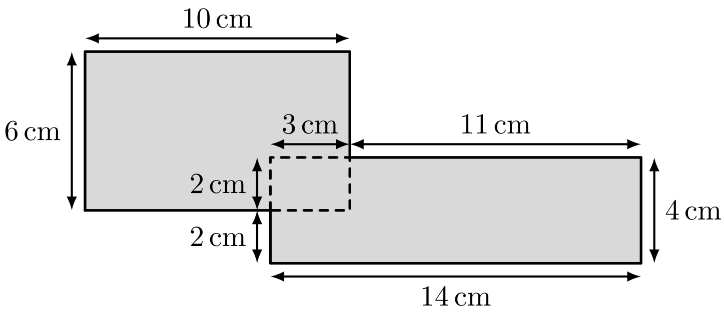
Portanto, o dobro do comprimento do maior dos lados do retângulo é igual a $24\,\text{cm}$, logo, cada um desses lados mede $24 \div 2 = 12\,\text{cm}$. ■

Problema 13 Qual é a área da região pintada de cinza na figura abaixo em cm^2?



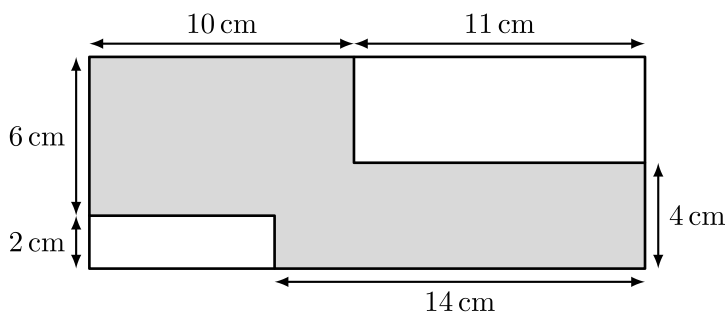
(a) 60. (b) 56. (c) 88. (d) 110. (e) 116.

Solução. Vamos completar os retângulos de larguras $6\,\text{cm}$ e $4\,\text{cm}$ e comprimentos $10\,\text{cm}$ e $14\,\text{cm}$, respectivamente. Acompanhe na figura abaixo.

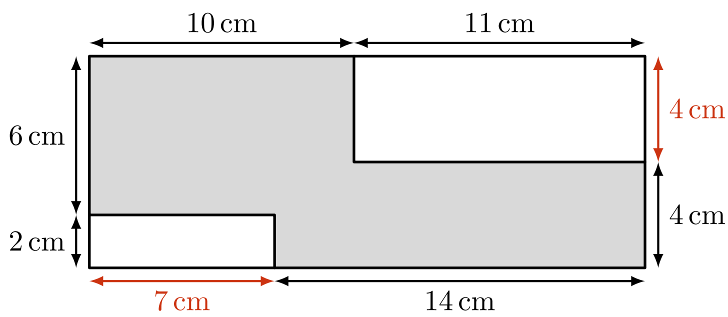


Um erro comum é calcular a área da região cinza somando as áreas dos dois retângulos. O erro acontece porque, quando somamos as áreas dos dois retângulos, a área do pequeno retângulo, de largura $2\,\text{cm}$ e comprimento $3\,\text{cm}$, é contada duas vezes – uma vez em cada retângulo – logo, para obter a área correta, devemos subtrair a área desse retângulo menor da soma das áreas dos outros dois. De fato, uma vez que as áreas dos retângulos maiores são iguais a $6 \times 10 = 60\,\text{cm}^2$ e $4 \times 14 = 56\,\text{cm}^2$, e a área do retângulo menor é $2 \times 3 = 6\,\text{cm}^2$, concluímos que a área da região cinza é $60 + 56 - 6 = 110\,\text{cm}^2$.

Outro modo de calcular a área da região cinza consiste em completar um retângulo grande e subtrair as áreas dos dois quadrados que correspondem à diferença entre a área do retângulo maior e a área da região cinza. Veja a próxima figura.



É fácil ver que as dimensões do retângulo maior são $6+2=8\,\text{cm}$ e $10+11=21\,\text{cm}$, logo, sua área é $8\times 21=168\,\text{cm}^2$. Quanto aos outros dois retângulos, um deles tem dimensões $2\,\text{cm}$ e $21-14=7\,\text{cm}$ e o outro $11\,\text{cm}$ e $8-4=4\,\text{cm}$. Assim, as áreas desses retângulos são iguais a $2\times 7=14\,\text{cm}^2$ e $11\times 4=44\,\text{cm}^2$.

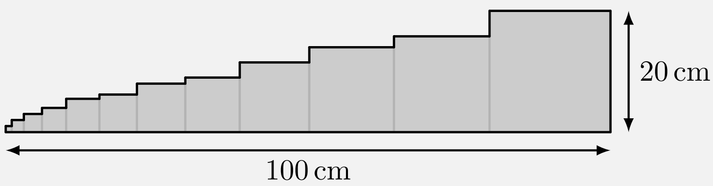


Concluímos que a área da região cinza é

$$168-(14+44)=168-58=110\,\text{cm}^2.$$

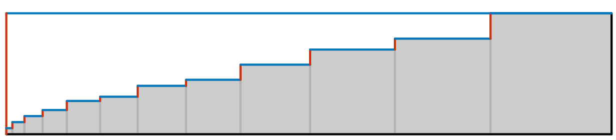
■

Problema 14 — OBMEP. Vários quadrados foram dispostos um ao lado do outro, em ordem crescente de tamanho, formando uma figura com 100 cm de base. O lado do maior quadrado mede 20 cm. Qual é o perímetro (medida do contorno em destaque) da figura formada por esses quadrados?



(a) 220 cm.
(b) 240 cm.
(c) 260 cm.
(d) 300 cm.
(e) 400 cm.

Solução. Inicialmente, completamos um retângulo cujos lados medem 100 cm e 20 cm, conforme mostrado a seguir:

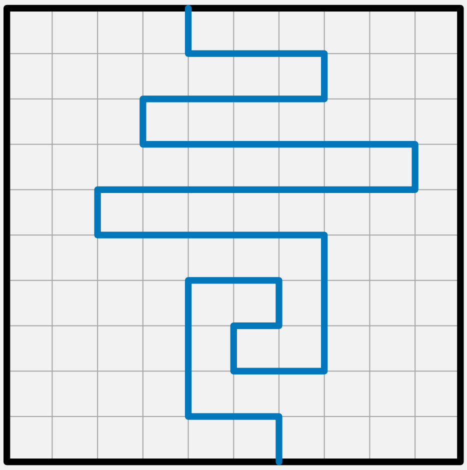


Na figura, a soma das medidas dos segmentos verticais, que fazem parte do contorno da figura descrita no enunciado, é igual à medida do lado vertical do retângulo construído. Do mesmo modo, a soma das medidas dos segmentos horizontais, que estão da figura original, é igual à medida do lado horizontal do retângulo construído. Assim, o seu perímetro que se quer calcular é igual a

$$2\times(100+20) = 2\times120 = 240\,\text{cm}.$$

A alternativa correta é a letra **(b)**. ■

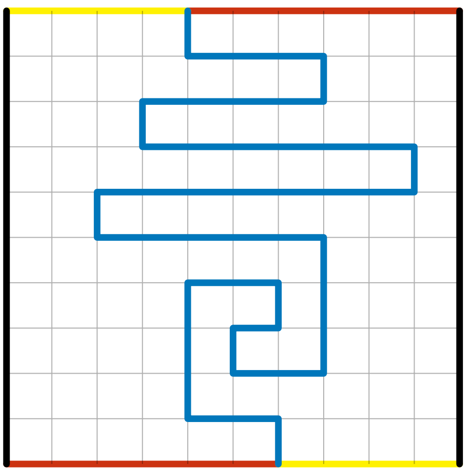
Problema 15 Usando uma tesoura, Miguel recortou um quadrado de papel de lado 10 cm, como o representado na figura, ao longo da linha destacada. Qual é a diferença entre os perímetros das duas figuras que ele obteve?



Qual e a diferença entre os perímetros das duas figuras que ela obteve?

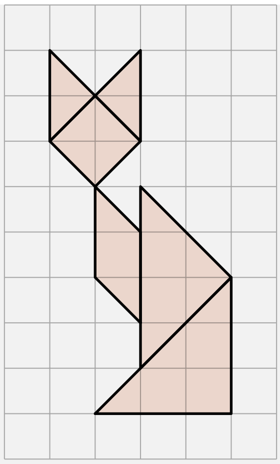
(a) 0. (b) 2. (c) 4. (d) 46. (e) 66.

Solução. A poligonal segundo a qual o quadrado foi recortado é comum aos perímetros das duas figuras. Logo, a diferença, se houver, virá das outras partes. Entretanto, contando os lados de quadradinhos da malha que compõem o restante das duas figuras, concluímos que elas têm o mesmo perímetro. De fato, as partes destacadas com cores iguais na próxima figura têm comprimentos iguais.



Desse modo, a diferença entre os perímetros é 0. ■

Problema 16 Qual é a área colorida na figura abaixo em cm^2, se o lado de cada quadradinho mede 2 cm?

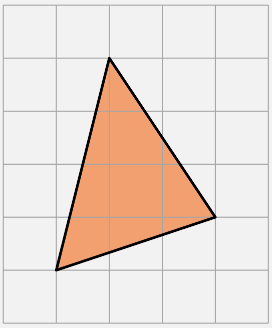


(a) 56. (b) 58. (c) 60. (d) 62. (e) 64.

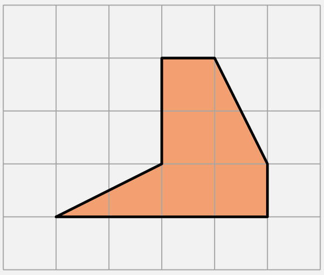
Solução. Inicialmente vamos contar a quantidade de quadradinhos da malha inteiramente contidos na região colorida. Fazendo essa contagem, chegamos a um total de 6 quadradinhos. Agora, contando a quantidade de triângulos – cujas áreas são iguais à metade da área de um quadradinho da malha – contidos na região colorida, chegamos a um total de 17. Como a área de cada triângulo é igual à metade da área de um quadradinho, a soma das áreas desses 17 triângulos corresponde à soma das áreas de $17\times\frac{1}{2} = 8{,}5$ quadradinhos. Portanto, a área procurada é igual à área de $6 + 8{,}5 = 14{,}5$ quadradinhos. Mas note que a área de cada quadradinho é $2^2 = 4\,\text{cm}^2$, pois o lado de cada quadradinho mede $2\,\text{cm}$. Logo, a área colorida é igual a $14{,}5\times 4 = 58\,\text{cm}^2$. ■

Problema 17 Todos os quadradinhos das malhas quadriculadas abaixo têm área igual a $1\,\text{cm}^2$. Duas das figuras têm a mesma área. Quais são elas?

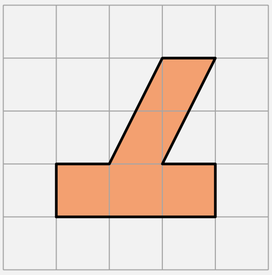
(a)



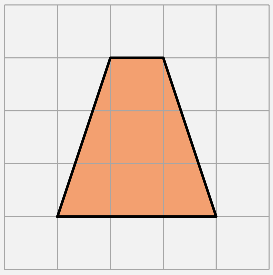
(b)



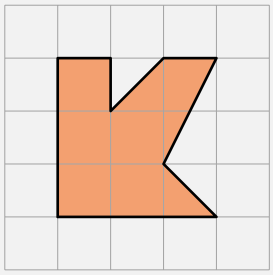
(c)



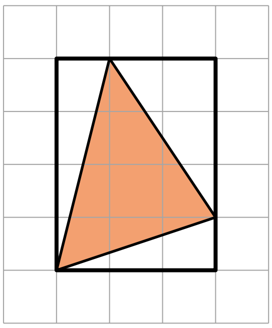
(d)



(e)



Solução. Como os quadradinhos da malha têm área igual a $1\,\text{cm}^2$, seus lados medem $1\,\text{cm}$. Encontraremos a área de cada figura desenhada itens (a), (b), (c) e (e) completando um retângulo (quadrado) que a contém e calculando a diferença entre a área desse retângulo (quadrado) e áreas de figuras como triângulos e trapézios. No item (d), calcularemos diretamente a área do trapézio. Veja a figura do item (a).

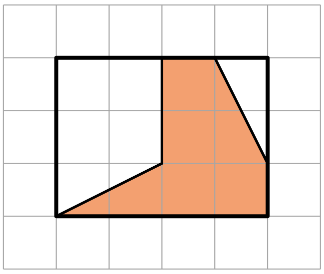


A área do retângulo é igual a $3{\times}4 = 12\,\text{cm}^2$. As áreas dos três triângulos que são a diferença entre a área do retângulo e a área que queremos encontrar são iguais a $\frac{1\times4}{2} = 2\,\text{cm}^2$, $\frac{3\times1}{2} = 1{,}5\,\text{cm}^2$ e $\frac{2\times3}{2} = 3\,\text{cm}^2$. Logo, a área da figura (a) é igual a

$$12 - (2 + 1{,}5 + 3) = 12 - 6{,}5 = 5{,}5\,\text{cm}^2.$$

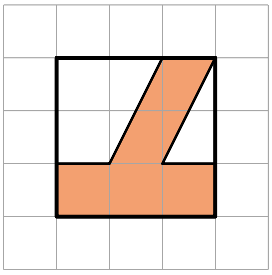
Para o item (b), a área do retângulo que contém a figura é $4{\times}3 = 12\,\text{cm}^2$. As áreas do triângulo e do trapézio que completam o retângulo são respectivamente iguais a $\frac{1\times2}{2} = 1\,\text{cm}^2$ e $\frac{(3+2)\times2}{2} = 5\,\text{cm}^2$. Logo, a área da figura (b) é

$$12 - (1 + 5) = 6\,\text{cm}^2.$$



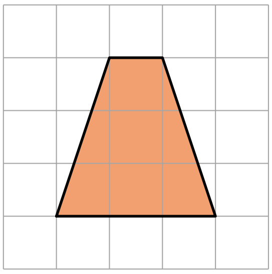
Seguindo o mesmo raciocínio, obtemos que a área da figura do item (c) é igual à diferença entre a área do quadrado , $3^2 = 9\,\text{cm}^2$, e a soma das áreas do triângulo e do trapézio, respectivamente $\frac{1\times 2}{2} = 1\,\text{cm}^2$ e $\frac{(2+1)\times 2}{2} = 3\,\text{cm}^2$. Logo, essa área é igual a

$$9 - (1 + 3) = 5\,\text{cm}^2.$$



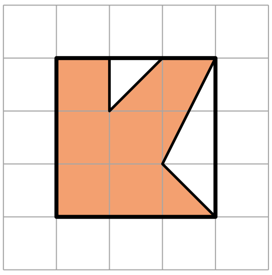
Calculando diretamente a área do trapézio do item (d), obtemos

$$\frac{(3+1)\times 3}{2} = 2\times 3 = 6\,\text{cm}^2.$$



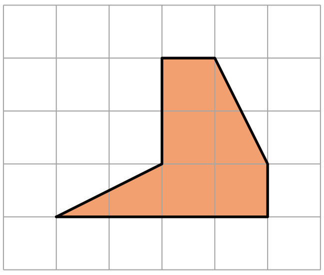
Finalmente, calculando a área da figura do item (e), obtemos

$$9 - (0{,}5 + 1{,}5) = 9 - 2 = 7\,\text{cm}^2.$$

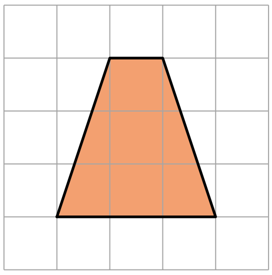


Portanto, as duas figuras que têm a mesma área são as das letras (b) e (d). Ambas são iguais a $6\,\text{cm}^2$.

(b)

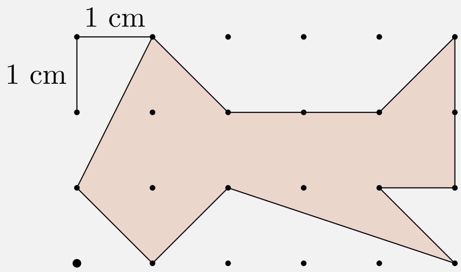


(d)



■

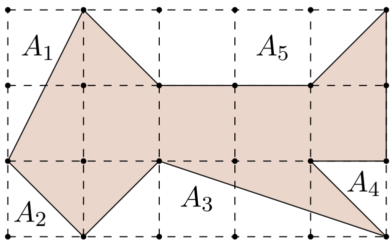
Problema 18 — OBM. No reticulado a seguir, pontos vizinhos na vertical ou na horizontal estão a 1 cm de distância um do outro.



Qual é a área da região sombreada?

(a) 7.
(b) 8.
(c) 8,5.
(d) 9.
(e) 9,5.

Solução. Vamos completar o retângulo que dá forma ao reticulado, calcular a área desse retângulo e calcular as áreas dos polígonos cuja soma representa a diferença entre a área sombreada e a área do retângulo. Depois disso, para calcular a área da região sombreada que foi pedida no problema, basta subtrair a soma das áreas dos polígonos da área do retângulo.



A área do retângulo é igual a

$$3 \cdot 5 = 15\,\text{cm}^2.$$

Já a soma das áreas A_1, A_2, A_3, A_4, e A_5 é igual a

$$\begin{aligned} A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 &= 1 + 0{,}5 + 2 + 0{,}5 + 3 \\ &= 7\,\text{cm}^2. \end{aligned}$$

Assim, a área sombreada é igual a

$$15 - 7 = 8\,\text{cm}^2.$$

■

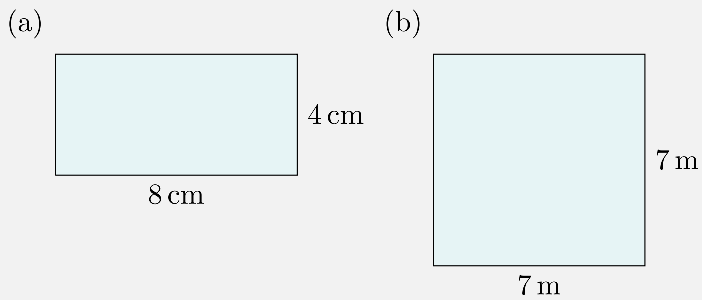
Você pode assistir a resolução do Problema 18 no canal do Portal do Saber da OBMEP.

Saiba mais

1.6 – Problemas propostos

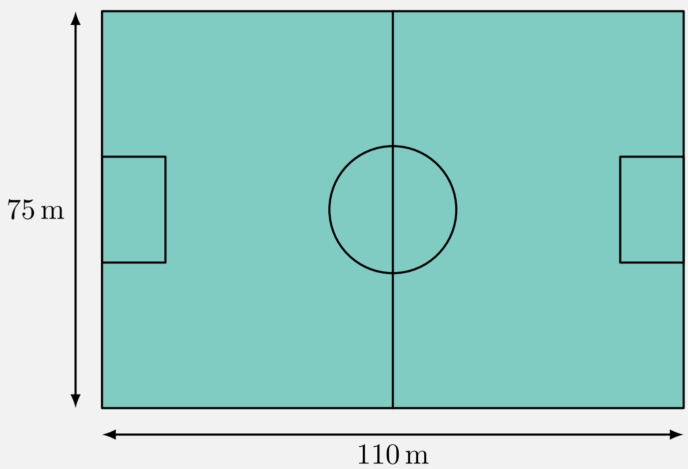
Sequência 1

Problema 19 Encontre o perímetro e a área de cada figura abaixo.

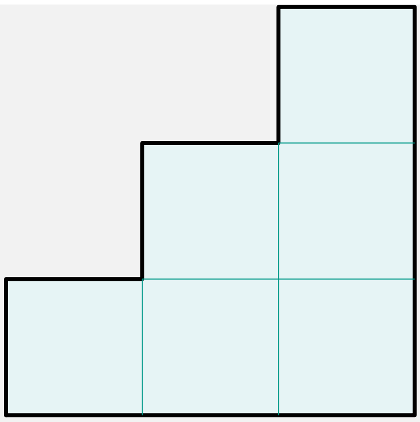


Problema 20 O campo de jogo da Arena Castelão tem o formato de um retângulo cujas dimensões são 110 m de comprimento e 75 m de largura.

(a) Encontre a área total ocupada pelo campo.
(b) Se os jogadores do Ceará derem três voltas completas ao redor do campo durante o aquecimento que acontece antes do jogo, quantos metros eles terão percorrido?



Problema 21 O jardim da casa de Joaquim é dividido em seis quadrados iguais, cada um deles contendo um único tipo de flor, como mostra a figura abaixo. Se a cerca que foi construída ao longo do perímetro do jardim tem 36 m de comprimento, qual é o lado de cada um dos quadrados que formam o jardim?



Problema 22 O perímetro de um retângulo é 46 cm e a sua largura é 7 cm. Encontre o comprimento desse retângulo.

Problema 23 O perímetro de um quadrado é 56 cm. Encontre a medida do lado desse quadrado.

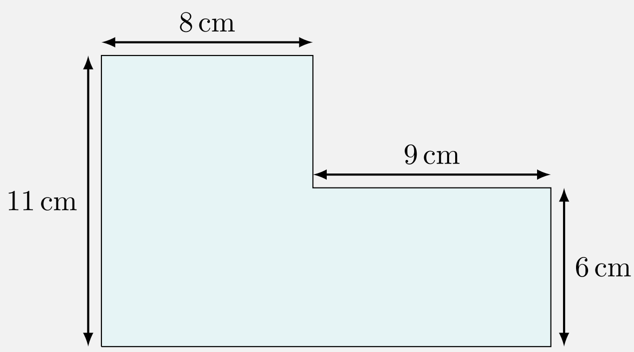
Problema 24 A área de um retângulo é $84\,\text{m}^2$. Encontre o comprimento desse retângulo, sabendo que a sua largura é 7 m.

Problema 25 A área de um quadrado é $49\,\text{m}^2$. Encontre o perímetro desse quadrado.

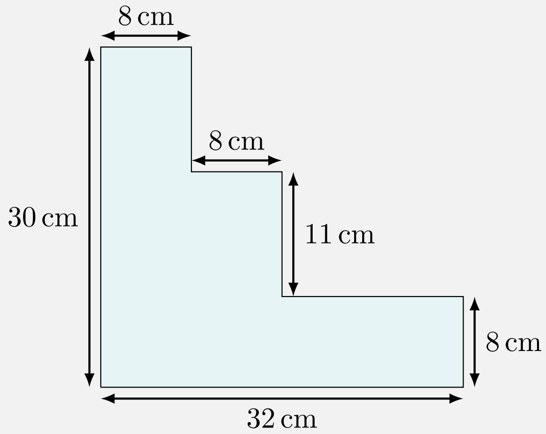
Problema 26 O perímetro de uma mesa retangular é 42 dm. Encontre o comprimento dessa mesa, sabendo que a sua largura é 8 dm.

Problema 27 O perímetro de um retângulo é 96 cm. Se o comprimento desse retângulo é o dobro da largura, qual é a área do retângulo?

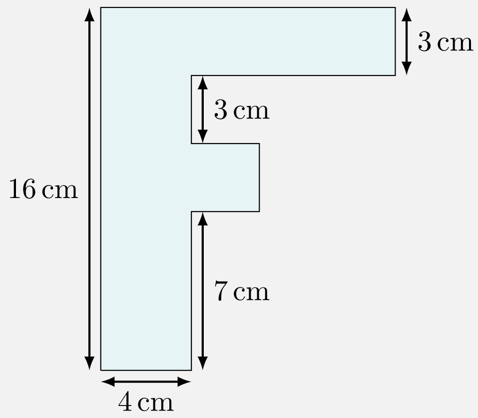
Problema 28 A figura abaixo foi montada juntando dois retângulos sem sobrepô-los. Encontre o seu perímetro.



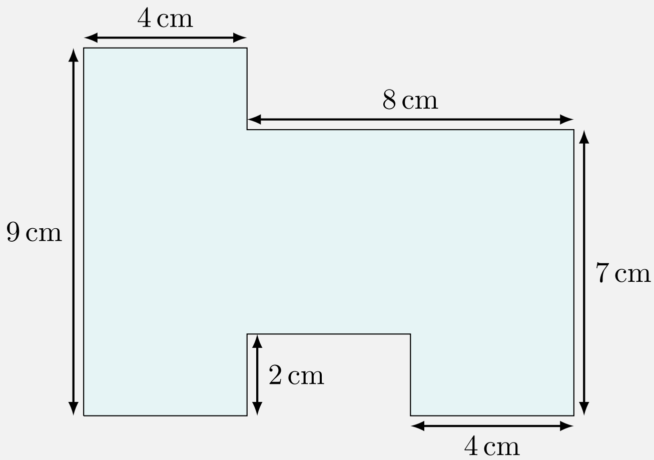
Problema 29 A figura abaixo foi montada juntando três retângulos sem sobrepô-los. Encontre o seu perímetro.



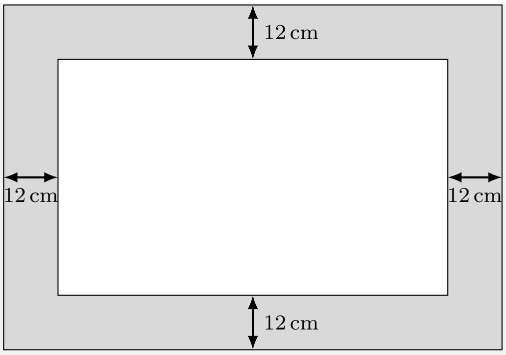
Problema 30 A figura abaixo foi montada juntando dois retângulos e um quadrado sem sobrepô-los. Encontre o perímetro e a área dessa figura.



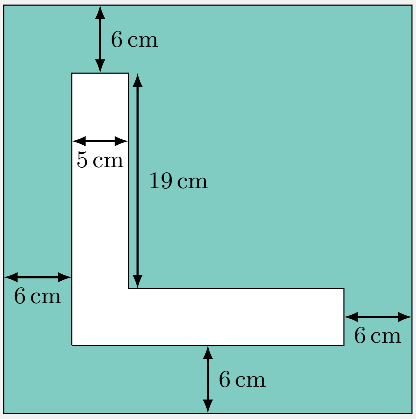
Problema 31 Encontre a área e o perímetro da figura abaixo.



Problema 32 Um quadro branco tem 86 cm de comprimento e 52 cm de largura. Esse quadro foi colocado no centro de retângulo cinza que foi pintado na parede, como podemos ver na figura abaixo. Calcule a área do retângulo cinza que está visível.

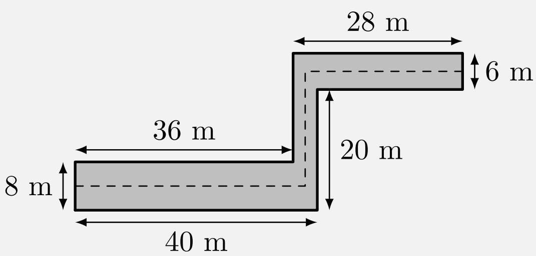


Problema 33 Para fazer um trabalho da escola, Fred recortou uma figura em formato de "L" de uma cartolina que tem a forma de um quadrado cujo lado mede 36 cm, como podemos ver na figura abaixo.



Qual é a área que restou na cartolina?

Problema 34 — Canguru 2019. Um corredor tem as dimensões mostradas na figura. Um gato andou por toda a linha tracejada no meio do corredor. Quantos metros o gato andou?



(a) 63. (b) 68. (c) 69. (d) 71. (e) 83.

Sequência 2

Problema 35 — SARESP. Um pedreiro usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir $45\,\text{m}^2$ de parede. Qual é a medida, em cm, do lado de cada azulejo?

(a) 10. (b) 13. (c) 15. (d) 18. (e) 20.

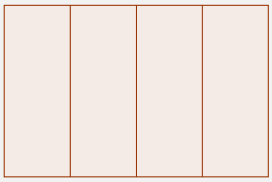
Problema 36 — ENEM 2011. Em uma certa cidade, os moradores de um bairro carente de espaços de lazer reivindicam à prefeitura municipal a construção de uma praça. A prefeitura concorda com a solicitação e afirma que irá construí-la em formato retangular, devido às características técnicas do terreno. Restrições de natureza orçamentária impõem que sejam gastos, no máximo, 180 m de tela para cercar a praça. A prefeitura apresenta aos moradores desse bairro as medidas dos terrenos disponíveis para a construção da praça:

- Terreno 1: 55 m por 45 m.
- Terreno 2: 55 m por 55 m.
- Terreno 3: 60 m por 30 m.
- Terreno 4: 70 m por 20 m.
- Terreno 5: 95 m por 85 m.

Para optar pelo terreno de maior área e que atenda às restrições impostas pela prefeitura, os moradores deverão escolher o terreno:

(a) 1. (b) 2. (c) 3. (d) 4. (e) 5.

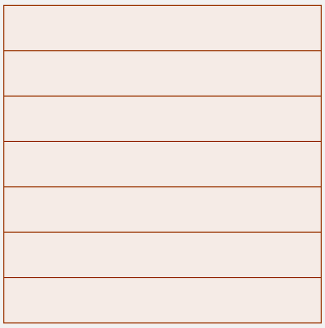
Problema 37 Oito retângulos idênticos foram utilizados para construir duas figuras. O perímetro da primeira é 42 cm e o da segunda é 48 cm. Qual é o perímetro de cada um dos quatro retângulos idênticos?



Perímetro 42 cm

Perímetro 48 cm

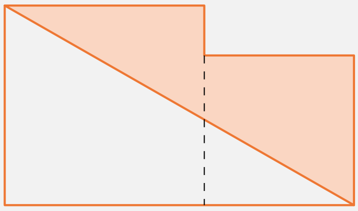
Problema 38 Um quadrado foi dividido em sete retângulos, como mostrado na figura abaixo. Se o perímetro de cada um desses retângulos é 32 cm, qual é o perímetro do quadrado?



Problema 39 A soma dos quadrados dos três lados de um triângulo retângulo é igual a 32. Quanto mede a hipotenusa do triângulo?

Problema 40 — OBMEP. A figura abaixo é formada por dois quadrados, um de lado 8 cm e outro de lado 6 cm. Qual é a área da região cinza em centímetros quadrados?

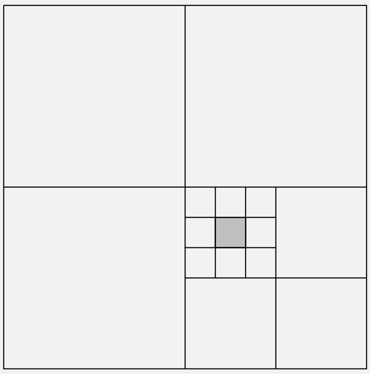
(a) 44.
(b) 46.
(c) 48.
(d) 50.
(e) 56.



Problema 41 Um pentágono é formado da seguinte maneira: dado o lado com a menor medida, o próximo lado mede o dobro do seu comprimento, o seguinte mede o triplo, e o quarto e o quinto medem o quádruplo do de menor medida. Sabendo que o perímetro desse pentágono é igual a 280 cm, qual é a medida do seu maior lado?

(a) 10 cm.
(b) 50 cm.
(c) 80 cm.
(d) 100 cm.
(e) 20 cm.

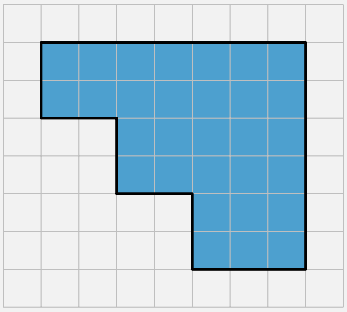
Problema 42 — OBM. A figura apresenta quadrados de quatro tamanhos diferentes. A área do pequeno quadrado cinza é 1 cm^2. Qual é a área do quadrado maior?



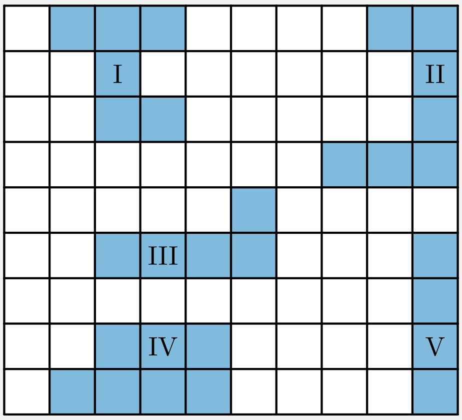
(a) 36 cm^2.
(b) 72 cm^2.
(c) 108 cm^2.
(d) 144 cm^2.
(e) 180 cm^2.

Sequência 3

Problema 43 Encontre a área e o perímetro da figura desenhada na malha quadriculada abaixo, sabendo que o lado de cada quadradinho da malha mede 1 cm.

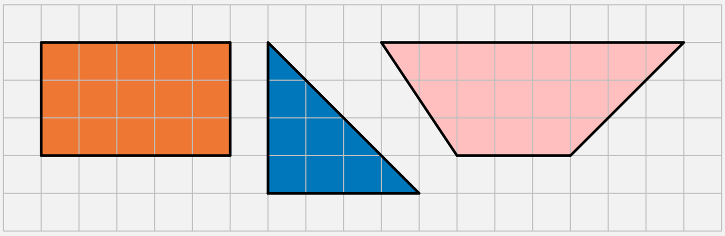


Problema 44 — SARESP 2007, adaptada. A figura seguinte é composta de uma malha tal que os lados dos quadradinhos possuem uma mesma medida e algumas regiões, numeradas de I a V, estão destacadas. Assinale a alternativa que traz duas regiões com um mesmo perímetro:

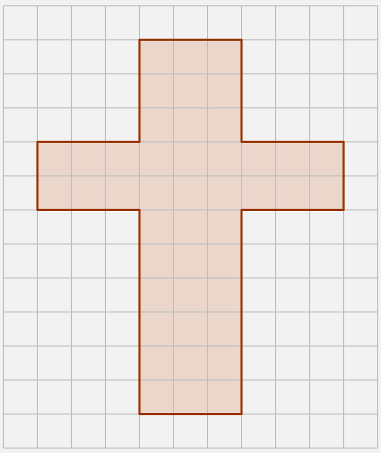


(a) III e IV.
(b) II e III.
(c) II e IV.
(d) I e II.

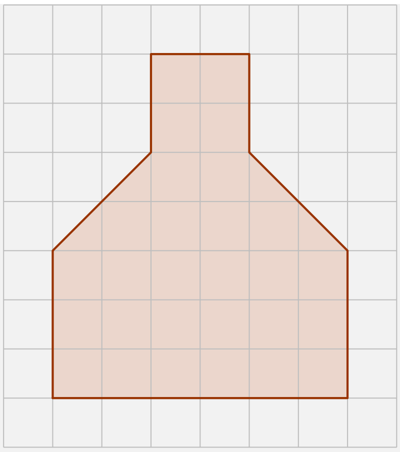
Problema 45 Encontre a área de cada um dos polígonos desenhados na malha quadriculada abaixo. Cada quadradinho da malha tem área igual a $1\,\text{cm}^2$.



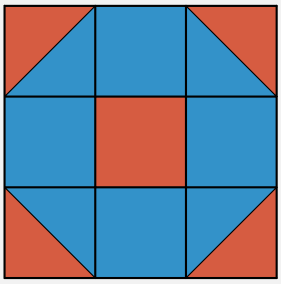
Problema 46 Observe abaixo a cruz que Nando desenhou numa malha quadriculada. Sabendo que o lado de cada quadradinho dessa malha mede $3\,\text{cm}$, calcule a área da cruz desenhada por Nando.



Problema 47 Encontre a área destacada na figura abaixo, sabendo que cada quadradinho da malha quadriculada tem 1 cm^2 de área.

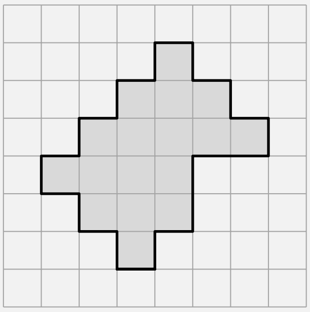


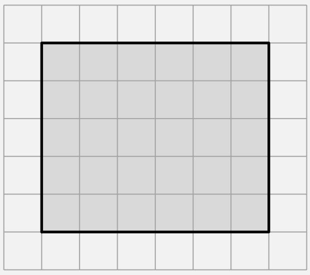
Problema 48 — OBMEP. O quadrado abaixo está dividido em nove quadradinhos iguais. A área pintada de vermelho mede $6\,\text{cm}^2$. Quanto mede a área pintada de azul?

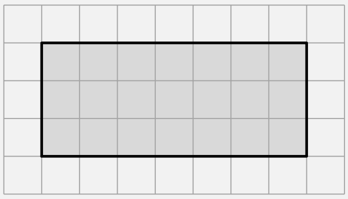


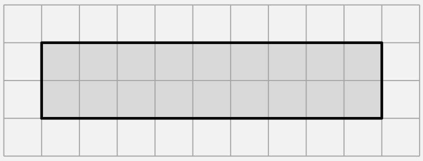
(a) $10\,\text{cm}^2$.
(b) $12\,\text{cm}^2$.
(c) $14\,\text{cm}^2$.
(d) $16\,\text{cm}^2$.
(e) $18\,\text{cm}^2$.

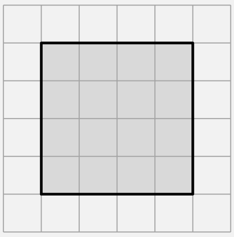
Problema 49 — OBMEP. Uma das alternativas contém um retângulo cuja área é igual à área da figura abaixo. Qual é essa alternativa?

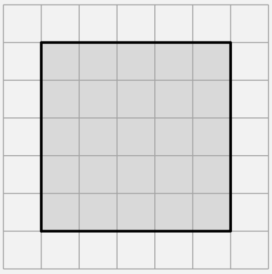


(a) 

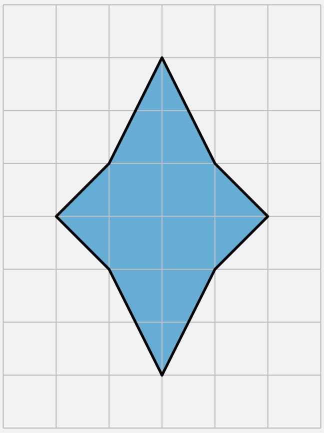
(b) 

(c) 

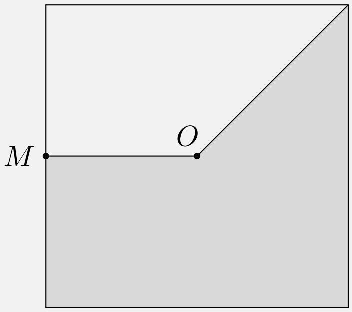
(d) 

(e) 

Problema 50 A área da figura azul é igual à soma das áreas de quantos quadradinhos da malha quadriculada?



Problema 51 A figura abaixo mostra um quadrado de centro O e área $24\,\text{dm}^2$. O ponto M divide um dos lados do quadrado ao meio.

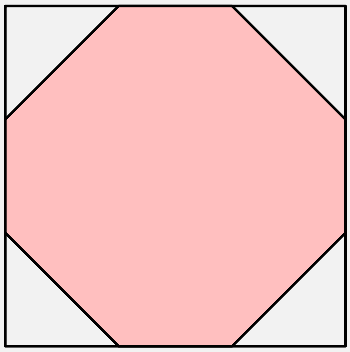


Qual é a área da região sombreada?

(a) $6\,\text{dm}^2$.
(b) $9\,\text{dm}^2$.

(c) $12\,\text{dm}^2$.
(d) $15\,\text{dm}^2$.
(e) $18\,\text{dm}^2$.

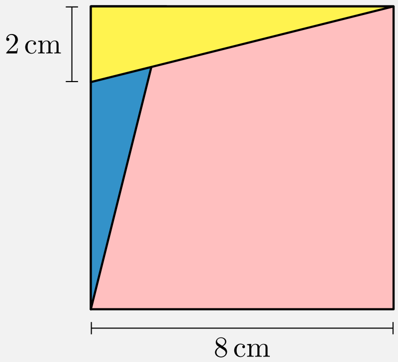
Problema 52 — OBMEP. A área da figura destacada em rosa é $28\,\text{cm}^2$, e seus vértices dividem os lados do quadrado em três partes iguais. Qual é a área do quadrado?



(a) $34\,\text{cm}^2$.
(b) $36\,\text{cm}^2$.
(c) $38\,\text{cm}^2$.
(d) $40\,\text{cm}^2$.
(e) $42\,\text{cm}^2$.

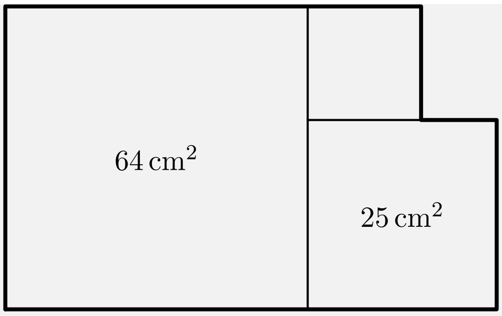
Sequência 4

Problema 53 — OBMEP. O quadrado abaixo está dividido em dois triângulos e um quadrilátero. O triângulo amarelo tem o dobro da área do triângulo azul. Qual é a área do quadrilátero rosa?



(a) $36\,\text{cm}^2$.
(b) $48\,\text{cm}^2$.
(c) $52\,\text{cm}^2$.
(d) $56\,\text{cm}^2$.
(e) $60\,\text{cm}^2$.

Problema 54 A figura é formada por três quadrados, um deles com área de $64\,\text{cm}^2$ e outro com área de $25\,\text{cm}^2$.



Qual é o perímetro da figura?

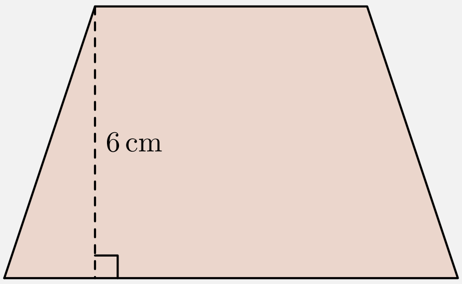
(a) 34 cm.
(b) 42 cm.
(c) 48 cm.
(d) 54 cm.
(e) 60 cm.

Problema 55 — OBM. O lado de um quadrado mede um número inteiro de metros e a área desse quadrado é igual à area de um retângulo cujo perímetro é igual a 58 metros. Se os lados do retângulo também medem números inteiros de metros, qual é a medida do lado do quadrado, em metros?

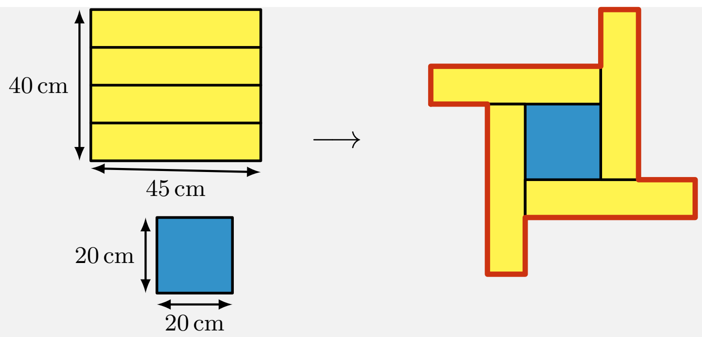
(a) 8.
(b) 9.
(c) 10.
(d) 11.
(e) 12.

Problema 56 A área do trapézio da figura abaixo é $48\,cm^2$ e a medida da maior base supera a medida da menor em 4 cm. Então a base maior mede:

(a) 4 cm.
(b) 6 cm.
(c) 8 cm.
(d) 10 cm.
(e) 12 cm.

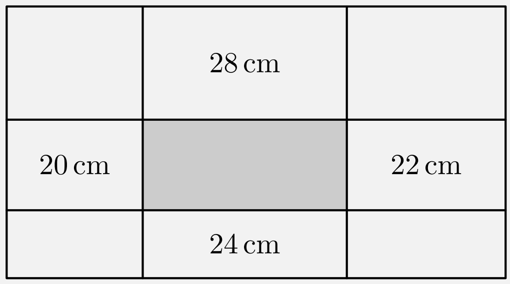


Problema 57 Na figura abaixo, o retângulo da esquerda, cujas dimensões são 40 cm e 45 cm, foi dividido em quatro retângulos iguais. Depois disso, Gabriel montou uma nova figura juntando, sem sobreposição, os quatro retângulos e um quadrado de lado 20 cm, como pode ser visto na figura da direita. Com uma caneta vermelha, Gabriel traçou o contorno da figura. Qual é o comprimento desse contorno?



(a) 140 cm.
(b) 220 cm.
(c) 260 cm.
(d) 280 cm.
(e) 300 cm.

Problema 58 O retângulo abaixo foi dividido em nove retângulos menores. Os perímetros de alguns deles estão indicados na figura.



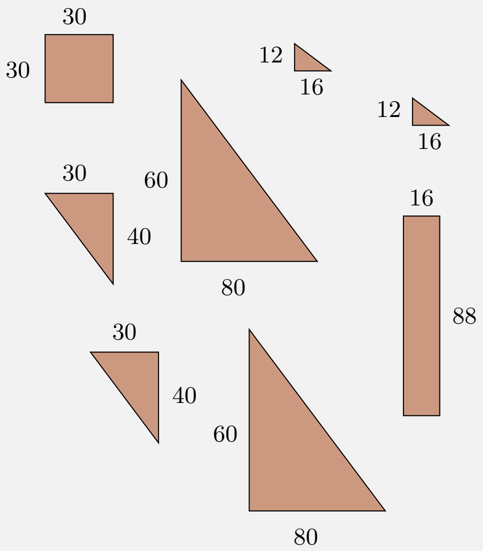
Sabendo que o perímetro do retângulo maior é 68 cm, qual é o perímetro do retângulo cinza?

(a) 24 cm.
(b) 26 cm.
(c) 28 cm.
(d) 30 cm.
(e) 32 cm.

Problema 59 — OBMEP. Uma folha quadrada foi cortada em quadrados menores da seguinte maneira: um quadrado de área 16 cm^2, cinco quadrados de área 4 cm^2 cada um e treze quadrados de área 1 cm^2 cada um. Qual era a medida do lado da folha, antes de ela ser cortada?

(a) 3 cm.
(b) 4 cm.
(c) 5 cm.
(d) 7 cm.
(e) 8 cm.

Problema 60 — CMRJ. Os polígonos abaixo originaram-se de um quadrado de cartolina que foi recortado. Sabendo-se que todas as medidas estão em centímetros, qual é a medida do lado do quadrado original?



(a) 92 cm.
(b) 96 cm.
(c) 100 cm.
(d) 110 cm.
(e) 120 cm.