

## **Nota técnica do Índice de Desenvolvimento e Equidade do Ensino Fundamental – IDEF**

Coordenadoria de Cooperação com os Municípios para Desenvolvimento da Aprendizagem na Idade Certa – COPEM

Célula de Fortalecimento da Gestão Municipal e Planejamento de Rede – CEMUP

Técnicos responsáveis: Alípio José de Souza Pacheco Filho e Vandenberg Barroso Monteiro Júnior  
(Eixo de Avaliação e Análise de Dados)

### **1. INTRODUÇÃO**

O Índice de Desenvolvimento da Educação (IDE) é hoje o principal indicador da qualidade educacional no Ceará. Em sua estrutura, combina-se o desempenho dos estudantes em avaliações externas e a taxa de aprovação escolar, configurando um mecanismo de controle contra práticas de exclusão que possam inflacionar artificialmente os resultados.

Concebido com base no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), proposto por Fernandes (2007), o IDE herda suas mesmas características. Isso implica dizer que ambos os índices não apenas colocam a aprendizagem e a permanência escolar no centro do debate sobre qualidade educacional, mas vão além disso. Eles transcendem a função de simples medidores de aprendizagem para representar um modelo de gestão educacional cujas decisões são fundamentadas em evidências — geradas por uma avaliação centralizada — e que estabelece os objetivos que norteiam as ações político-pedagógicas. Todavia, sua relevância como ferramenta de diagnóstico apresenta uma limitação fundamental por desconsiderar em sua métrica as profundas desigualdades étnico-raciais e socioeconômicas que caracterizam a realidade brasileira, limitando assim sua capacidade de retratar com nitidez o panorama educacional.

O IDE trabalha com médias gerais de proficiência e taxa de aprovação de cada escola, município, regional ou Estado. Esse método pode mascarar realidades completamente distintas dentro de uma mesma unidade. Por exemplo, uma escola com uma nota considerada "adequada" pode estar obtendo esse resultado às custas da exclusão ou do baixo desempenho de grupos específicos, como alunos negros, indígenas, pobres ou oriundos de comunidades vulneráveis. Ao ignorar essas dimensões, o IDE não incentiva a ruptura das desigualdades e ofusca o quadro real do desenvolvimento da aprendizagem. Ao não identificar e nem pressionar por melhorias direcionadas para os grupos mais vulneráveis, o sistema pode continuar falhando com uma parte significativa dos alunos. Portanto, qualquer índice que objetiva medir o desenvolvimento da educação, deve ser contextualizado e complementado por outros dados que considerem o desempenho por raça e nível socioeconômico, permitindo ações mais efetivas que garantam uma educação de qualidade para todos.

Outro fator importante é a taxa de não-resposta, a qual corresponde à proporção de alunos cujas informações de rendimento (ou movimento) não foram devidamente computadas ou não são consistentes nos sistemas de acompanhamento da situação dos estudantes. Essa taxa indica a existência de um viés sistêmico que aprofunda a injustiça educacional. Ele tende a tornar invisíveis os alunos que já são socialmente invisibilizados, dificulta a alocação de recursos para as escolas e comunidades que mais precisam, mascara os mecanismos de exclusão que operam contra grupos étnico-raciais e socioeconômicos vulneráveis, além de inflar os índices educacionais (por excluir alunos com baixo desempenho das avaliações externas). Dessa forma, a ausência de informação do aluno não é apenas um problema técnico, mas uma questão ética e política central para a equidade educacional. Garantir que cada aluno seja considerado é o primeiro e mais fundamental passo para que todos tenham seus direitos à aprendizagem de qualidade verdadeiramente assegurados.

Procurando mitigar as flagrantes limitações do IDE e Ideb, propõe-se um novo índice, que considera aspectos raciais e socioeconômicos, além de considerar a taxa de não-resposta. O objetivo é criar uma métrica capaz de capturar o processo de aprendizagem dos alunos em um cenário mais amplo, que retrate a heterogeneidade de oportunidades da nossa realidade.

## 2. CÁLCULO DO IDE

Para o cálculo do índice em um ano  $t$  são consideradas as proficiências médias do SPAECE do ano  $t$  e as taxas de aprovação no ano  $t-1$ . Isso ocorre devido aos prazos de publicação do censo escolar pelo Inep. Com tais dados em mãos, deve-se calcular as notas padronizadas e o índice de rendimento para cada escola, município, regional e Estado.

## 2.1. Notas padronizadas (NP)

Dada a proficiência média, deve-se padronizá-las de modo a ficarem no intervalo [0,10], como se segue:

$$np_{ijk} = \frac{Proficiência_{ijk} - Proficiência_{inferior,ijk}}{Proficiência_{superior,ijk} - Proficiência_{inferior,ijk}} \times 10 \quad (1)$$

em que

i = etapa de ensino (alfabetização, anos iniciais e anos finais do ensino fundamental);

j = disciplina (Língua Portuguesa (LP) e Matemática (MT));

k = unidade de agregação (escola, município, regional e Estado);

$Proficiência_{ijk}$  = proficiência média da etapa i, disciplina j e unidade de agregação k;

$Proficiência_{inferior,ijk}$  = limite inferior da proficiência média da etapa i, disciplina j e unidade de agregação k;

$Proficiência_{superior,ijk}$  = limite superior da proficiência média da etapa i, disciplina j e unidade de agregação k.

Os valores de  $Proficiência_{inferior,ijk}$  e  $Proficiência_{superior,ijk}$  variam de acordo com a disciplina e a etapa de ensino. Seus valores para o cálculo do IDE são fixos e apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Proficiências médias, desvio padrão, limites inferiores e superiores em Língua Portuguesa e Matemática.

Ano	Língua Portuguesa		Matemática		Língua Portuguesa		Matemática	
	Proficiência média	Desvio padrão	Proficiência média	Desvio padrão	Limite inferior	Limite superior	Limite inferior	Limite superior
2º ano	119,0	69,0	-	-	0	326	-	-
5º ano	186,5	46,0	190,8	44,0	49	324	60	322
9º ano	250,0	50,0	250,0	50,0	100	400	100	400

Fonte: Spaece 2007 – CAEd/Seduc, Saeb 1997 – Inep/MEC.

Uma vez realizadas a padronização das proficiências, a nota padronizada (NP) corresponde à média aritmética dos resultados padronizados das disciplinas incluídas no cálculo:

$$NP_{ik} = \frac{\sum_{i=1}^n np_{ijk}}{n}, \quad (2)$$

em que  $n$  é o número de disciplinas. Para a alfabetização, é considerada apenas a nota padronizada de Língua Portuguesa, logo  $n = 1$ . Para anos iniciais e finais, são consideradas as notas padronizadas de ambas as disciplinas e, portanto,  $n = 2$ .

## 2.2. Índice de rendimento (IR)

O índice de rendimento é obtido pela média harmônica da taxa de aprovação (ap) dos anos de uma dada etapa de ensino, como se vê na equação 3:

$$IR_{ik} = \frac{n_e}{\sum_m \frac{1}{ap_m}}, \quad (3)$$

em que  $n_e$  é a quantidade de anos da etapa  $i$  e  $ap_m$  é a taxa de aprovação do ano  $m$ , da etapa  $i$  e unidade de agregação  $k$ . O valor de  $m$  varia de acordo com a etapa de ensino. Para a alfabetização,  $m = 1^{\circ}$  e  $2^{\circ}$  anos e  $n_e = 2$ . Para os anos iniciais,  $m = 3^{\circ}, 4^{\circ}$  e  $5^{\circ}$  anos e  $n_e = 3$ . Para os anos finais,  $m = 6^{\circ}, 7^{\circ}, 8^{\circ}$  e  $9^{\circ}$  anos e  $n_e = 4$ . Destaca-se que, a depender da unidade de ensino, um ou mais anos de uma etapa podem não existir. Por exemplo, uma dada unidade escolar pode ter o  $2^{\circ}$  ano, mas não o  $1^{\circ}$ . Neste caso,  $IR_{alfabetização,k} = \frac{1}{1/ap_{2^{\circ}ano}} = ap_{2^{\circ}ano}$ , pois, como só há um ano,  $n_e = 1$ .

As taxas de aprovação escolar de cada instituição são geradas pelo Inep a partir da soma da quantidade de alunos aprovados dividindo-a pela soma da quantidade de alunos aprovados, reprovados e que abandonaram a escola ao final de um ano letivo. Para o cálculo do IR ao nível municipal, regional ou estadual, são consideradas todas as escolas municipais e estaduais que possuam as etapas consideradas no cálculo, mesmo que não possuam resultados de proficiência no SPAECE.

### 2.3. IDE

Para o cálculo final do índice são utilizados  $NP_{ik}$  e  $IR_{ik}$  calculados pelas equações 2 e 3, conforme a equação 4:

$$IDE-Fundamental_{ik} = NP_{ik} \cdot IR_{ik}. \quad (4)$$

Destaca-se que atualmente o cálculo do  $IDE-Fundamental_{ik}$  considera apenas a proficiência média de todos os alunos não laudados que compõem a unidade de agregação de interesse (escola, município, regional ou Estado).

### 3. CÁLCULO DO NOVO ÍNDICE – IDEF

Como o objetivo é criar um índice capaz de capturar o processo de aprendizagem dos alunos em um cenário mais amplo, que incorpora aspectos sociais, econômicos e raciais, propõe-se o Índice de Desenvolvimento e Equidade do Ensino Fundamental (IDEF). Seu cálculo se dá por multiplicar o IDE (com modificações) por um fator de equidade (FE), dado pela equação 5:

$$FE_{ik} = (\alpha \cdot EE_{ik}) + (\beta \cdot ESE_{ik}) + (\delta \cdot CI_{ik}), \quad (5)$$

em que EE é a equidade étnica, ESE é a equidade socioeconômica e CI é o componente de informação de rendimento dos alunos. Os coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$  representam, respectivamente, a magnitude do efeito de cada uma dessas variáveis sobre o FE e devem satisfazer a condição  $\alpha + \beta + \delta = 1$ . A equidade étnica é calculada por disciplina e consolidada pela média aritmética simples, conforme equações 6, 7 e 8:

$$EE_{ik\ MT} = \min \left[ 1, \frac{Padeq_{PPI,ik\ MT}}{Padeq_{BA,ik\ MT}} \right], \quad (6)$$

$$EE_{ik\ LP} = \min \left[ 1, \frac{Padeq_{PPI,ik\ LP}}{Padeq_{BA,ik\ LP}} \right], \quad (7)$$

$$EE_{ik} = \max \left[ \frac{1}{2}, \frac{(EE_{ik\ MT} + EE_{ik\ LP})}{2} \right], \quad (8)$$

em que  $Padeq_{PPI,ik}$  é a proporção de estudantes pretos, pardos e indígenas no nível adequado/avançado da etapa i e unidade de agregação k.  $Padeq_{BA,ik}$  é a proporção de estudantes brancos e amarelos no nível adequado/avançado da etapa i e unidade de agregação k.

A equidade socioeconômica é também calculada por disciplina e consolidada pela média aritmética simples, conforme equações 9, 10 e 11:

$$ESE_{ik\ MT} = \min \left[ 1, \frac{Padeq_{NSEb,ik\ MT}}{Padeq_{NSEa,ik\ MT}} \right], \quad (9)$$

$$ESE_{ik\ LP} = \min \left[ 1, \frac{Padeq_{NSEb,ik\ LP}}{Padeq_{NSEa,ik\ LP}} \right], \quad (10)$$

$$ESE_{ik} = \max \left[ \frac{1}{2}, \frac{(ESE_{ik\ MT} + ESE_{ik\ LP})}{2} \right], \quad (11)$$

em que  $Padeq_{NSEa,ik}$  é a proporção de estudantes classificados como NSEa (NSE alto – aqueles mais abastados socioecononomicamente) da etapa i e unidade de agregação k.  $Padeq_{NSEb,ik}$  é a proporção de estudantes classificados como NSEb (NSE baixo – aqueles mais vulneráveis socioecononomicamente) da etapa i e unidade de agregação k. Esses dois grupos contrastantes de NSE foram construídos a partir do Índice Socioeconômico (ISE) dos estudantes, seguindo uma abordagem que prioriza a comparação entre os extremos da distribuição socioeconômica. A metodologia adotada considera o tamanho populacional disponível em cada unidade de análise (escola, município, regional ou Estado) para definir os pontos de corte de forma adaptativa. Os grupos foram definidos da seguinte forma: (i) NSE baixo (NSEb): compreende os estudantes situados na porção inferior da distribuição do ISE, caracterizando a população socioecononomicamente mais vulnerável; (ii) NSE alto (NSEa): inclui os estudantes localizados na porção superior da distribuição do ISE, representando a população socioecononomicamente mais favorecida.

A definição dos pontos de corte para delimitação dos grupos seguiu critérios progressivos baseados no tamanho da população:

- Populações com 40 ou mais estudantes:

NSEb: corresponde a 25% dos estudantes com menores valores de ISE (abaixo do 1º quartil) que são classificados com adequados/avançados.

NSEa: corresponde a 25% dos estudantes com maiores valores de ISE (acima do 3º quartil) que são classificados com adequados/avançados.

- Populações entre 30 e 39 estudantes:

NSEb: corresponde a 33% dos estudantes com menores valores de ISE (abaixo do 1º tercil) que são classificados com adequados/avançados.

NSEa: corresponde a 33% dos estudantes com maiores valores de ISE (acima do 2º tercil) que são classificados com adequados/avançados.

- Populações com menos de 30 estudantes:

NSEb: corresponde a 50% dos estudantes com menores valores de ISE (abaixo da mediana) que são classificados com adequados/avançados.

NSEa: corresponde a 50% dos estudantes com maiores valores de ISE (acima da mediana) que são classificados com adequados/avançados.

Esta abordagem se baseia no pressuposto de que a análise de equidade é mais sensível quando se comparam os grupos situados nos extremos da distribuição socioeconômica. A estratégia adaptativa por tamanho populacional garante robustez estatística mesmo em contextos com número reduzido de observações, enquanto a exclusão dos casos intermediários amplifica a detecção de desigualdades educacionais associadas ao nível socioeconômico. Ademais, a metodologia assegura que, mesmo para unidades menores, a comparação entre NSEb e NSEa capture efetivamente as disparidades educacionais relacionadas ao contexto socioeconômico dos estudantes.

O componente de informação de rendimento dos alunos é dado por 12:

$$CI_{ik} = \frac{n_e}{\sum_{i=1}^{n_e} \frac{1}{1 - TNR_{ik}}}, \quad (12)$$

em que  $CI_{ik}$  é a média harmônica do complemento das taxas de não-resposta (TNR) dos  $n_e$  anos que compõem a i-ésima etapa da k-ésima unidade de agregação. A média harmônica é especialmente útil quando se lida com taxas ou razões (como taxas de aprovação ou de não-resposta) porque é sensível a valores baixos, punindo a existência de uma alta taxa de não-resposta ou baixa taxa de aprovação. A quantidade  $1 - TNR_{ik}$  representa a taxa de informação sobre o rendimento dos alunos presentes em uma dada entidade. Para calcular o IDEF para o ano t, deve-se usar TNR e a taxa de aprovação do ano t-1 devido ao prazo de publicação do censo escolar pelo Inep.

O IDEF é dado, resumidamente, pela equação 13 e analiticamente pela equação 14.

$$IDEF_{ik} = IDE_{ik} \cdot FE_{ik}, \quad (13)$$

$$IDEF_{ik} = NP_{ik} \cdot IR_{ik} \cdot [(\alpha \cdot EE_{ik}) + (\beta \cdot ESE_{ik}) + (\delta \cdot CI_{ik})]. \quad (14)$$

Em 2024 ocorreu mudança de escala de proficiência de Língua Portuguesa e a primeira avaliação de Matemática do SPAECE para o 2º ano do ensino fundamental. Torna-se necessário, portanto, considerá-las no cálculo do IDEF. Para tanto, é necessário definir limites inferiores e superiores da proficiência de Matemática e Língua Portuguesa para cálculo da nota padronizada, semelhante aos limites apresentados na Tabela 1. Originalmente, essa definição foi realizada pela utilização de dados históricos para calcular o limite inferior como  $Proficiência_{inferior,ijk} = Proficiência_{média} - (3 \cdot desvio\ padrão)$  e limite superior como  $Proficiência_{superior,ijk} = Proficiência_{média} + (3 \cdot desvio\ padrão)$ . Contudo, não existem dados históricos para as atuais avaliações de Matemática e Língua Portuguesa do 2º ano. A utilização de tais dados como referência permite acompanhar a evolução do desempenho dos estudantes ao longo do tempo. Se fossem usados apenas dados atuais para definir os limites com as fórmulas acima, não seria possível mapear essa evolução e ainda haveria uma redução artificial das notas padronizadas e dos índices devido ao aumento geral da proficiência.

Para superar esses entraves, foi empregado o método de equipercenital para transferir os limites estabelecidos em Língua Portuguesa do 2º ano (escala antiga) para as avaliações de Língua Portuguesa (nova escala) e Matemática – ambas do 2º ano. O método foi aplicado com base em uma distribuição teórica selecionada por seu bom ajuste aos dados. Esta abordagem procura preservar a natureza não-linear das escalas de proficiência, evitando distorções de transformações lineares e garantindo que classificações como "adequado" tenham significado equivalente em ambas as disciplinas. Ao utilizar os limites estabelecidos para Língua Portuguesa (escala antiga) para definir os novos limites para Matemática (ambos 2º ano), assume-se que o desempenho relativo entre essas duas disciplinas é semelhante – por exemplo, se 300 pontos em Língua Portuguesa representam o percentil 95%, o limite equivalente em Matemática corresponderá ao mesmo percentil. Isso foi feito para evitar uma queda brusca nas notas padronizadas da alfabetização por incluir essa nova avaliação e para permitir a reciclagem de valores históricos das avaliações anteriores para elaboração de pactuação de metas. Os limites atuais podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2. Limites inferiores e superiores em Língua Portuguesa e Matemática.

Ano	Língua Portuguesa		Matemática	
	Limite inferior	Limite superior	Limite inferior	Limite superior
2º ano	270	928	308	766
5º ano	49	324	60	322
9º ano	100	400	100	400

Fonte: Spaece 2007 e 2024 – CAEd/Seduc, Saeb 1997 – Inep/MEC.

#### 4. CONSIDERAÇÕES PRÁTICAS PARA CÁLCULO DO IDEF

Em determinados contextos, o IDEF pode assumir valores artificialmente baixos devido a uma taxa de aprovação reduzida ou a uma elevada taxa de não-resposta. Tais distorções podem indicar desde falhas nas políticas educacionais até problemas na coleta de dados do Censo Educacional. Do ponto de vista metodológico, é crucial observar que a média harmônica, utilizada no cálculo do IDEF, só é definida para números positivos. Isso significa que uma taxa de aprovação nula ou uma taxa de não resposta de 100% inviabilizam o cálculo, uma vez que resultariam em uma divisão por zero. Para reduzir esses vieses e produzir uma métrica mais realista do desempenho estudantil, propõe-se, por analogia ao critério adotado pelo Inep para as metas do Ideb, o estabelecimento de um piso de 65% para a taxa de aprovação e um teto de 20% para a taxa de não-resposta.

Pelas equações 8 e 11, as equidades étnica (EE) e socioeconômica (ESE) são calculadas como o máximo entre uma média aritmética (limitada superiormente por 1) e o valor 0,5. Isso garante que EE e ESE pertençam ao intervalo [0,5; 1] e assegura que a incorporação da equidade ao IDEF não penalize excessivamente a pontuação de nenhum município nesse período de implementação do novo índice. Contudo, é necessário que, no futuro, essa limite inferior seja retirado para que o índice expresse com mais nitidez as condições de equidade dos estudantes.

Os indicadores EE e ESE, quando calculados no nível da escola, podem apresentar valores artificialmente baixos devido à escassez de estudantes em determinadas categorias de classe socioeconômica e/ou etnia dentro de uma mesma etapa de ensino. Por exemplo, é possível que o 9º ano de uma escola tenha poucos — ou nenhum — estudantes que se autodeclararam brancos ou amarelos, como ocorre em algumas escolas indígenas, o que introduz viés na estimativa do EE. Para mitigar esse efeito, o cálculo do EE será realizado apenas quando houver pelo menos cinco estudantes autodeclarados como pretos, pardos ou indígenas (grupo PPI), ou, pelo menos, cinco

estudantes autodeclarados como brancos ou amarelos (grupo BA). Da mesma forma, o ESE será calculado somente se houver cinco ou mais estudantes classificados como NSEa ou cinco ou mais classificados como NSEb. Caso os critérios mínimos para o cálculo do EE e/ou ESE não sejam atendidos, o indicador FE será reponderado da seguinte forma:

- Se EE não for calculado, então  $FE_{ik} = (\beta \cdot ESE_{ik}) + (\delta \cdot CI_{ik})$ , com  $\beta + \delta = 1$ ,
- Se ESE não for calculado, então  $FE_{ik} = (\alpha \cdot EE_{ik}) + (\delta \cdot CI_{ik})$ , com  $\alpha + \delta = 1$ ,
- Se EE e ESE não for calculado, então  $FE_{ik} = (\delta \cdot CI_{ik})$ , com  $\delta = 1$ .

## 5. EXEMPLO DE CÁLCULO DO IDEF

Neste exemplo, será demonstrado o cálculo do IDEF para os anos iniciais do ensino fundamental. Para isso, considere os dados de uma escola fictícia, apresentados nas Tabelas 3 e 4. Essa escola possui uma turma em cada etapa dos anos iniciais.

Tabela 3. Desempenho no SPAECE 2025 dos estudantes do 5º ano de uma escola hipotética.

Indicador – 5º ano	Número de estudantes	Língua Portuguesa (LP)	Matemática (MT)
Proficiência média	35	250	240
Proporção de adequados – PPI	29	45%	70%
Proporção de adequados – BA	6	60%	65%
Proporção de adequados – NSEb	18	60%	49%
Proporção de adequados – NSEa	5	75%	61%

Tabela 4. Resultados de rendimento e de informação dos estudantes de uma escola hipotética.

Ano escolar	Taxa de aprovação (%)	Taxa de não-resposta (%)
3º ano	93	5
4º ano	94	6
5º ano	95	4

Como o número de estudantes em cada grupo — PPI (pretos, pardos e indígenas), BA (brancos e amarelos), NSEa e NSEb — é igual ou superior a cinco, os indicadores de equidade étnico-racial (EE) e equidade socioeconômica (ESE) poderão ser calculados. Com base nas equações 1 e 2, e nos limites estabelecidos na Tabela 2, tem-se:

$$np_{5^{\circ}ano, MT} = \frac{240 - 60}{322 - 60} \times 10 \approx 6,87,$$

$$np_{5^{\circ}ano, LP} = \frac{250 - 49}{324 - 49} \times 10 \approx 7,31,$$

$$NP_{Anos Iniciais} = \frac{7,31 + 6,87}{2} = 7,09.$$

Utilizando os dados da Tabela 3 e as equações de 6 a 11, é possível calcular os indicadores de equidade, conforme descrito a seguir:

- Equidade étnico-racial (EE)

$$EE_{5^{\circ}ano, MT} = \min\left[1; \frac{0,70}{0,65}\right] = \min[1; 1,08] = 1,$$

$$EE_{5^{\circ}ano, LP} = \min\left[1; \frac{0,45}{0,60}\right] = \min[1; 0,75] = 0,75,$$

$$EE_{5^{\circ}ano} = \max\left[\frac{1}{2}; \frac{(1 + 0,75)}{2}\right] = \max[0,5; 0,875] = 0,875.$$

- Equidade socioeconômica (ESE)

$$ESE_{5^{\circ}ano, MT} = \min\left[1; \frac{0,49}{0,61}\right] = \min[1; 0,80] = 0,80,$$

$$ESE_{5^{\circ}ano, LP} = \min\left[1; \frac{0,60}{0,75}\right] = \min[1; 0,80] = 0,80,$$

$$ESE_{5^{\circ}ano} = \max\left[\frac{1}{2}; \frac{(0,80 + 0,80)}{2}\right] = \max[0,5; 0,80] = 0,80.$$

Em seguida, com os dados da Tabela 4 e as equações 3 e 12, calcula-se o índice de rendimento (IR) e o componente de informação (CI). Como são consideradas as etapas do 3º, 4º e 5º anos, então  $n_e = 3$ . Os valores de aprovação (ap) e de taxa de não-resposta (TNR), expressos em porcentagem, devem ser convertidos para a notação decimal, como se segue:

$$IR_{Anos Iniciais} = \frac{n_e}{\sum_m \frac{1}{ap_m}} = \frac{3}{\frac{1}{0,93} + \frac{1}{0,94} + \frac{1}{0,95}} = \frac{3}{3,192} \approx 0,94,$$

$$CI_{Anos\ Iniciais} = \frac{n_e}{\left( \sum_{i=1}^{n_e} \frac{1}{1-TNR_{ik}} \right)} = \frac{3}{\frac{1}{1-0,05} + \frac{1}{1-0,06} + \frac{1}{1-0,04}} = \frac{3}{3,158} \approx 0,95.$$

Para FE, recomenda-se inicialmente utilizar  $\alpha = \beta = \delta$ , sempre delimitando valores que satisfazam a condição  $\alpha + \beta + \delta = 1$ , para que EE, ESE e CI tenham o mesmo peso na ponderação. Por exemplo, se todos os três componentes são utilizados, então  $\alpha = \beta = \delta = \frac{1}{3}$ .

Contudo, se apenas ESE e CI são utilizados, então  $\beta = \delta = \frac{1}{2}$ . Para os dados da Tabela 4, tem-se:

$$FE_{Anos\ Iniciais} = \left( \frac{1}{3} \cdot EE_{5^{\circ}\ ano} \right) + \left( \frac{1}{3} \cdot ESE_{5^{\circ}\ ano} \right) + \left( \frac{1}{3} \cdot CI_{Anos\ Iniciais} \right),$$

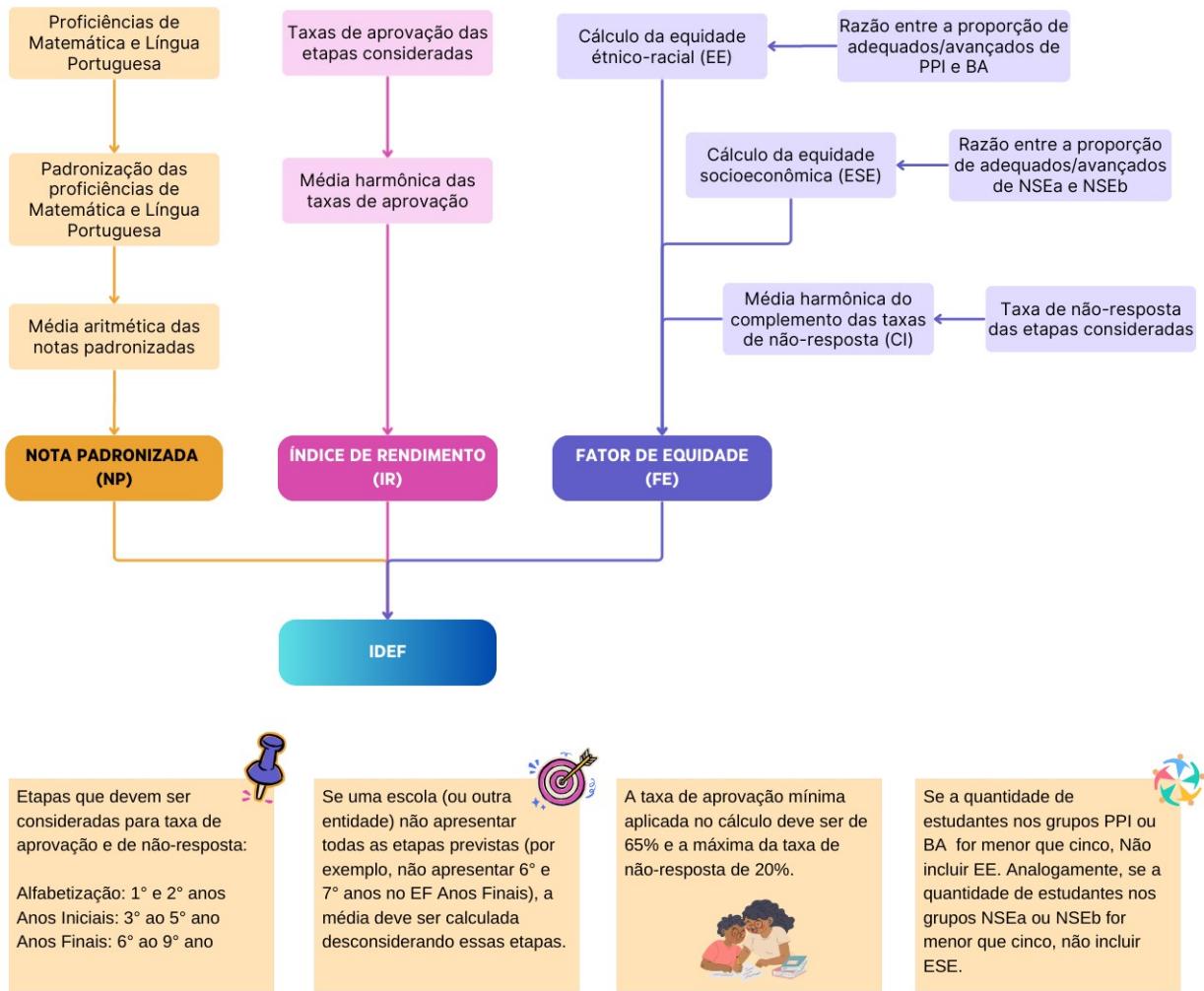
$$FE_{Anos\ Iniciais} = \left( \frac{1}{3} \cdot 0,875 \right) + \left( \frac{1}{3} \cdot 0,80 \right) + \left( \frac{1}{3} \cdot 0,95 \right) = 0,875.$$

Por fim, o IDEF é calculado como o produto entre a nota padronizada (NP), o índice de rendimento (IR) e o fator de equidade (FE),

$$IDEF_{Anos\ Iniciais} = NP_{Anos\ Iniciais} \cdot IR_{Anos\ Iniciais} \cdot FE_{Anos\ Iniciais} = 7,09 \cdot 0,94 \cdot 0,875 \approx 5,83.$$

Diante das diversas etapas envolvidas no cálculo do IDEF — que integra múltiplos componentes — optou-se por apresentar uma visão estruturada e sequencial do processo. Embora cada etapa tenha sido descrita individualmente ao longo deste documento, a interdependência entre os indicadores e os critérios de ponderação pode dificultar a compreensão global do modelo. Nesse sentido, a Figura 1 apresenta um fluxograma que sintetiza todas as etapas do cálculo do IDEF, a fim de oferecer uma representação visual clara e objetiva, que sirva como guia operacional e contribua para a transparência metodológica.

Figura 1. Fluxograma para obtenção do Índice de Desenvolvimento e Equidade do Ensino Fundamental – IDEF.



## ANEXO A – Análise de sensibilidade do IDEF

Este anexo apresenta a análise de sensibilidade do Índice de Desenvolvimento do Ensino Fundamental (IDEF) a partir do cálculo de elasticidades. O objetivo é identificar a resposta percentual do índice frente a variações proporcionais em cada um de seus componentes, fornecendo uma medida comparável e independente de escalas. Aqui, é útil considerar o IDEF como um caso particular de uma família mais geral de funções multiplicativas:

$$IDEF_{ik} = NP_{ik}^a \cdot IR_{ik}^b \cdot FE^c,$$

em que a, b e c são os expoentes que determinam a elasticidade de cada componente do IDEF. Aqui, assume-se  $a = b = c = 1$ , obtendo-se  $IDEF_{ik} = NP_{ik} \cdot IR_{ik} \cdot FE$ . Esta escolha confere elasticidade unitária aos componentes NP e IR, significando que variações percentuais nesses fatores produzem impactos percentuais de mesma magnitude no índice, mantidos os demais constantes. Nesse modelo, tem-se que  $NP \in [0,10]$ ,  $IR \in [0,1]$  e  $FE_{ik} = (\alpha \cdot EE_{ik}) + (\beta \cdot ESE_{ik}) + (\delta \cdot CI_{ik})$  possui cada uma de suas dimensões assumindo valores no intervalo  $[0,1]$ . Considerando que  $\alpha, \beta, \delta > 0$  e  $\alpha + \beta + \delta = 1$ , pode-se afirmar que  $FE \in [0,1]$  e  $IDEF \in [0,10]$ .

- **Elasticidade de NP e IR**

A elasticidade mede a variação percentual do IDEF decorrente de um aumento percentual em uma variável, mantendo as demais constantes. Para uma função multiplicativa como o IDEF, as elasticidades dos fatores NP e IR são particularmente simples:  $\eta_{NP} = 1$  e  $\eta_{IR} = 1$ . Isso significa que um aumento de 1% na nota padronizada (ou no índice de rendimento), mantendo os demais componentes constantes, produzirá um aumento de 1% no IDEF. Essas elasticidades constantes são consequência direta da homogeneidade multiplicativa do índice: cada fator aparece com expoente 1.

- **Elasticidade das dimensões do fator de equidade (FE)**

As elasticidades das três dimensões de equidade dependem simultaneamente de seus pesos e de sua participação relativa no fator de equidade. Aplicando a definição de elasticidade a cada componente, tem-se:

$$\eta_{EE} = \frac{\partial IDEF}{\partial EE} \cdot \frac{EE}{IDEF} = (NP \cdot IR \cdot \alpha) \frac{EE}{NP \cdot IR \cdot FE} = \alpha \cdot \frac{EE}{FE},$$

$$\eta_{ESE} = \frac{\partial IDEF}{\partial ESE} \cdot \frac{ESE}{IDEF} = (NP \cdot IR \cdot \beta) \frac{ESE}{NP \cdot IR \cdot FE} = \beta \cdot \frac{ESE}{FE},$$

$$\eta_{CI} = \frac{\partial IDEF}{\partial CI} \cdot \frac{CI}{IDEF} = (NP \cdot IR \cdot \delta) \frac{CI}{NP \cdot IR \cdot FE} = \delta \cdot \frac{CI}{FE}.$$

Cada elasticidade é um produto entre: (i) o peso atribuído à dimensão ( $\alpha$ ,  $\beta$  ou  $\delta$ ) e (ii) sua participação dentro do fator de equidade ( $EE/FE$ ,  $ESE/FE$  e  $CI/FE$ ). Assim, a importância percentual de cada dimensão não depende apenas das escolhas normativas de ponderação, mas também do desempenho atual do sistema em cada indicador. Uma dimensão com peso elevado pode ter elasticidade moderada se estiver muito abaixo das demais. Inversamente, uma dimensão com peso moderado pode ser a mais relevante caso seu valor atual domine as demais.

- **Propriedades das elasticidades**

Uma propriedade matemática central do IDEF é a soma constante de todas as elasticidades:  $\eta_{NP} + \eta_{IR} + \eta_{EE} + \eta_{ESE} + \eta_{CI} = 3$ . Este resultado decorre da homogeneidade de grau 3 da função que define o IDEF. Dessa forma, se todos os componentes forem aumentados simultaneamente em 1%, o IDEF aumentará aproximadamente em 3%. Também é válido que  $\eta_{EE} + \eta_{ESE} + \eta_{CI} = 1$ . Tomando  $\alpha = \beta = \delta = 1/3$ , as três dimensões de equidade, em conjunto, respondem a 1/3 da sensibilidade total do índice, enquanto NP e IR respondem por 2/3.

- **Influência dos componentes do IDEF**

A análise de elasticidades revela que o fator de equidade possui uma capacidade de influência percentual sobre o IDEF equivalente à de qualquer um dos outros dois componentes (NP e IR), uma vez que a soma de suas três elasticidades é sempre igual a 1. Contudo, essa influência se distribui desigualmente entre suas dimensões constituintes, conforme uma regra dinâmica: a elasticidade de cada componente é proporcional tanto ao peso político que lhe foi atribuído na formulação do índice ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$ ) quanto à sua contribuição relativa atual para o FE. Desta dinâmica

emerge um princípio de priorização analítica: a dimensão com maior elasticidade representa a alavanca de crescimento percentual mais potente no curto prazo. Se  $\eta_{EE}$  for a maior elasticidade, aumentos na equidade étnico-racial prometem o maior retorno relativo imediato no IDEF para um dado esforço de melhoria. O mesmo raciocínio aplica-se às outras dimensões.

- **Impacto real no IDEF: ganho absoluto e limitações de componentes já elevados**

Embora a elasticidade seja útil para avaliar a sensibilidade percentual do IDEF, ela não captura adequadamente o ganho absoluto decorrente de mudanças nos componentes. Para uma variação absoluta ( $\Delta$ ) em qualquer componente do fator de equidade, a variação correspondente no FE é dada por  $\Delta FE = \alpha \cdot \Delta EE + \beta \cdot \Delta ESE + \delta \cdot \Delta CI$ . Considerando variações isoladas, o efeito direto de uma mudança em um componente sobre o FE é proporcional ao seu peso ( $\alpha$ ,  $\beta$  ou  $\delta$ ).

Para aumentos percentuais iguais, o incremento absoluto em cada componente — e, consequentemente, no FE — é proporcional ao seu valor inicial. Isso gera uma assimetria estrutural: componentes já elevados produzem maior ganho absoluto para a mesma melhoria percentual. Contudo, quando um componente se aproxima do teto (por exemplo, quando o CI está próximo de 1), seu potencial de crescimento absoluto torna-se limitado. Nesses casos, mesmo que sua elasticidade seja elevada, sua capacidade real de elevar o IDEF é mínima, pois já se encontra no limite superior da escala.

Por outro lado, componentes com valores mais baixos — como frequentemente ocorre com ESE — apresentam elasticidades menores, mas são justamente os que mais deprimem o FE e oferecem maior espaço para ganhos absolutos quando melhorados. Assim, a decisão de intervenção deve considerar simultaneamente: (i) elasticidades; (ii) valores absolutos; (iii) distância ao limite superior; e (iv) metas de equidade. Componentes já elevados possuem elasticidade alta apenas formalmente, mas não apresentam capacidade real de alavancagem adicional. Componentes intermediários ou baixos, embora menos elásticos, representam os maiores potenciais de impacto real e de promoção de justiça distributiva.

- **Exemplo numérico**

Considere  $EE = 0,74$ ,  $ESE = 0,55$ ,  $CI = 0,98$  e  $\alpha = \beta = \delta = 1/3$ . Logo,  $FE = \frac{1}{3} \cdot (0,74 + 0,55 + 0,98) \approx 0,7567$  e as elasticidades são:

$$\eta_{EE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,74}{0,7567} \approx 0,326;$$

$$\eta_{ESE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,55}{0,7567} \approx 0,242;$$

$$\eta_{CI} = \frac{1}{3} \cdot \frac{0,98}{0,7567} \approx 0,432.$$

Pode-se observar que a soma das elasticidades é igual a 1, coerente com a propriedade matemática do índice. Como  $\eta_{CI} > \eta_{EE} > \eta_{ESE}$ , então, mantendo todas as outras variáveis constantes, um aumento percentual de 1% em CI promove um aumento percentual maior no IDEF do que um aumento de 1% em ESE. Analogamente, como  $\eta_{EE} > \eta_{ESE}$ , então, mantendo todas as outras variáveis constantes, um aumento percentual de 1% em EE promove um aumento percentual maior no IDEF do que um aumento de 1% em ESE.

Entretanto, elasticidade não deve ser confundida com impacto bruto. Embora componentes altos tenham maior elasticidade, eles muitas vezes estão próximos ao seu valor máximo (como no caso do CI acima), o que dificulta ou mesmo impossibilita um crescimento real nesse componente. Além disso, são justamente os valores baixos que mais deprimem o FE. No exemplo, o ESE é o principal redutor do fator de equidade, pois se encontra muito abaixo de EE e CI. Assim, o CI responde mais fortemente em termos percentuais, mas é o ESE que limita o patamar geral de equidade. Esse contraste evidencia que intervenções em componentes com baixos valores absolutos — como ESE — tendem a produzir maior ganho real e maior fortalecimento da equidade de longo prazo, enquanto componentes já elevados têm elasticidade alta, porém pouca margem efetiva de crescimento. Assim, a análise de elasticidades não prescreve uma hierarquia rígida de prioridades, mas antes ilumina as compensações entre ganhos imediatos e construção de capacidades futuras, devendo ser sempre contextualizada por viabilidade e justiça social.